



D. Lumelsky, J. Rojek, IPPT PAN, Warszawa

DOKŁADNOŚĆ I EFEKTYWNOŚĆ NUMERYCZNA ALGORYTMÓW OBLICZANIA SPRĘŻYNOWANIA POWROTNEGO

Celem niniejszej pracy jest zbadanie dokładności i efektywności numerycznej algorytmów obliczania sprężynowania powrotnego po procesie kształtowania blach. W obliczeniach wykorzystano program metody elementów skończonych Stampack rozwijany przy współudziale jednego z autorów. Symulacja kształtowania była prowadzona z wykorzystaniem algorytmu jawnego całkowania równań ruchu względem czasu. W analizie sprężynowania powrotnego porównano sformułowanie jawne dynamiczne z metodą wykorzystującą sformułowanie quasistatyczne niejawne. Przeprowadzono obliczenia dla testowego przykładu kształtowania profilu o kształcie U. Wyniki numeryczne porównano z wynikami doświadczalnymi otrzymując dużą zgodność. Zbadano wpływ wybranych parametrów numerycznych na dokładność i numeryczną efektywność obliczeń. Pozwoliło to określić optymalny model numeryczny dający zadowalająco dokładne wyniki przy niezbyt długim czasie obliczeń.

1. Wstęp

Sprężynowanie powrotne jest jednym z ważniejszych problemów formowania wpływającym na jakość wytłaczanego produktu ze stalowej blachy. Sprężynowanie jest wywołane relaksacją części sprężystej wewnętrznych naprężeń po odciążeniu. Numeryczna analiza sprężynowania powrotnego jest konieczna w projektowaniu procesu tłoczenia. Na sprężynowanie powrotne wpływa wiele czynników takich jak właściwości materiałowe, promienie zaokrągleń, szerokość szczeliny pomiędzy narzędziami, siła dociskacza, tarcie pomiędzy powierzchniami kontaktu [6].

Sprężynowanie powrotne było przedmiotem wielu badań numerycznych. Geng i Wagoner [4] badali wpływ anizotropii na sprężynowanie powrotne. Niewielkie zmiany we właściwościach mechanicznych materiału oraz w geometrii mogą skutkować dużymi zmianami w kształcie wytłoczki po sprężynowaniu. W swojej pracy Chen i Koc [2] sprawdzali wpływ niewielkich zmian parametrów procesu na wynik analizy sprężynowania powrotnego. Badania wpływu prędkości stempla zaprezentował Firat [3]. Efekt wpływu współczynnika tarcia na sprężynowanie zbadal Carden [1].

Istnieją dwa najbardziej rozpowszechnione podejścia modelowania sprężynowania powrotnego: jawna dynamiczna oraz quasi-statyczna niejawna metoda. Pełną metodologię analizowania procesu kształtowania blachy oraz sprężynowania powrotnego przedstawiono w pracach [8], [5], [9].

W modelowaniu numerycznym sprężynowania powrotnego poszukujemy rozwiązania zapewniającego kompromis pomiędzy wymaganą dokładnością oraz efektywnością numeryczną. Przedmiotem badań w niniejszej pracy są algorytmy numeryczne wyznaczania sprężynowania oparte na metodzie jawnej oraz wykorzystujące niejawne podejście quasi-statyczne. Badając wpływ wybranych numerycznych parametrów na dokładność i efektywność rozwiązania problemu wyznaczamy optymalne parametry przy modelowaniu sprężynowania powrotnego.

2. Sformułowanie teoretyczne

W modelu elementów skończonych procesu wytłaczania uwzględnia się blachę oraz trzy podstawowe narzędzia: stempel, matrycę i dociskacz. Narzędzia można traktować jako elementy sztywne

które wywołują deformacje blachy przy zadanych warunkach kinematycznych i obciążeniu. Tarcie jest ważnym czynnikiem w procesach formowania, w związku z czym algorytm kontaktu musi posiadać odpowiedni model tarcia. Model konstytutywny materiału blachy powinien uwzględniać duże odkształcenia sprężysto-plastyczne materiału jak również efekty anizotropii własności plastycznych.

Program Stampack oparty jest na metodzie jawnej rozwiązywania równań ruchu. Sformułowanie teoretyczne zostało przedstawiono w pracy Rojka [8]. Zdystryktowane równanie ruchu zapisujemy w postaci:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{a}} = \mathbf{p} - \mathbf{f} \quad (1)$$

gdzie \mathbf{M} i \mathbf{C} – macierze mas i tłumienia, \mathbf{p} i \mathbf{f} – wektory sił zewnętrznych i wewnętrznych oraz $\ddot{\mathbf{a}}$ i $\dot{\mathbf{a}}$ – wektory przyspieszeń i prędkości. Równanie (1) jest całkowane w czasie za pomocą schematu jawnego, w którym przemieszczenia \mathbf{a}_{n+1} w czasie t_{n+1} wyznaczamy z równań dla znanej konfiguracji w czasie t :

$$\ddot{\mathbf{a}}_n = \mathbf{M}_D^{-1}(\mathbf{p}_n - \mathbf{f}_n - \mathbf{C}\dot{\mathbf{a}}_n) \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{n+1/2} = \dot{\mathbf{a}}_{n-1/2} + \ddot{\mathbf{a}}_n \Delta t_{n+1/2} \quad (3)$$

$$\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{a}_n + \dot{\mathbf{a}}_{n-1/2} \Delta t_{n+1} \quad (4)$$

gdzie $\mathbf{M}_D = \text{diag}\mathbf{M}$ oraz $\Delta t_{n+1/2} = 0.5(\Delta t_n + \Delta t_{n+1})$.

Efektywność schematu jawnego jest oparta na użyciu diagonalnej macierzy mas \mathbf{M}_D , w związku z czym nie ma potrzeby rozwiązywania układu równań algebraicznych. Z powodu efektywności tej metody dla dużych modeli jest ona preferowana w przemysłowych analizach tłoczenia. Analiza dynamiczna może być również użyta do analizy sprężynowania. Po uzyskaniu zadanego kształtu podczas etapu tłoczenia kontynuujemy analizę usuwając powierzchnie kontaktu oraz przykładając do układu odpowiednie tłumienie. Otrzymujemy stan quasi-statycznej równowagi wyznaczający kształt po sprężynowaniu.

Alternatywnym sposobem analizy sprężynowania powrotnego jest zastosowanie metody niejawnej w połączeniu z założeniem quasi-statycznego charakteru procesu sprężynowania. Niejawny schemat rozwiązania quasi-statycznego procesu jest oparty na wykorzystaniu równania równowagi w nieznanej konfiguracji w czasie t_{n+1} w celu wyznaczenia rozwiązania dla tego czasu \mathbf{a}_{n+1} . Rozwiązanie problemu niejawnego wymaga zastosowania procedury iteracyjnej. W naszej analizie użyliśmy zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona. W analizie sprężynowania powrotnego nie ma zewnętrznych obciążeń, $\mathbf{p} = \mathbf{0}$. Siły rezydualne wynikają z naprężeń resztkowych w wytłoczce na końcu procesu formowania. Te naprężenia oznaczone σ_{res} są wartościami początkowymi analizy sprężynowania po usunięciu ograniczeń kontaktowych.

$$\sigma_{res}^{(0)} = \sigma_{res} \quad (5)$$

Przy dużym efekcie sprężynowania analiza sprężynowania może wymagać stopniowego przyłożenia obciążenia rezydualnego w N krokach. Na każdym z kroków przykładamy tylko część naprężeń resztkowych σ_{res} , σ_n naprężenia z poprzedniego kroku.

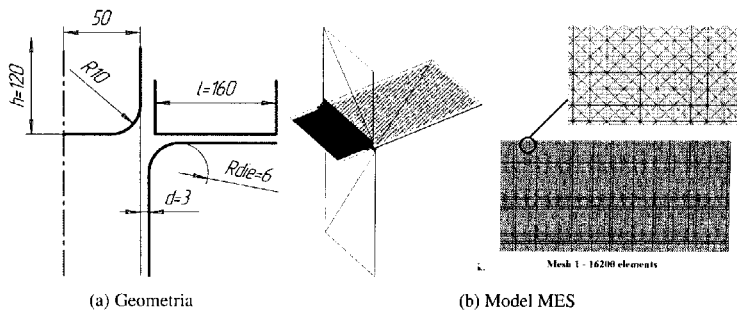
$$\sigma_{res}^{(0)} = \frac{\sigma_{res}}{N}, \dots, \sigma_{res}^{(0)} = \sigma_n + \frac{\sigma_{res}}{N} \quad (6)$$

3. Analiza numeryczna

3.1. Opis problemu numerycznego

Jako test numeryczny wykorzystano kształtowanie blachy stalowej o profilu "U". Test ten został zdefiniowany przez firmę Renault, która dostarczyła wyniki doświadczalne. Geometria narzędzi jest

przedstawiona na rysunku 1a. Materiałem wyjściowym jest blacha stalowa o wymiarach 420x200x0.87 mm i następujących właściwościach mechanicznych: moduł Younga $E = 206.86$ GPa, współczynnik Poissona $\nu = 0.29$, gęstość $\rho = 7820$ kg/m³, granica sprężystości $Re(0^\circ) = 160$ MPa, $Re(45^\circ) = 172$ MPa, $Re(90^\circ) = 168$ MPa, współczynniki Lankforda $R_0 = 1.8$, $R_{45} = 1.642$, $R_{90} = 2.2$, współczynnik Hollomona $K = 563$ MPa, $n = 0.256$. W eksperymencie oraz w analizie numerycznej badano dwa przypadki siły dociskającej 300 kN oraz 600 kN. W związku z symetrią układu w modelu rozważono ćwiartkę blachy, dyskretyzując ją 16200 powłokowymi elementami trójkątnymi BST [8]. Model elementów skończonych jest pokazany na rysunku 1b. Narzędzia zostały aproksymowane 90 sztywnymi elementami trójkątnymi. Oddziaływanie pomiędzy blachą a narzędziami uwzględniono za pomocą modelu tarcia Coulomba ze współczynnikiem tarcia $\mu = 0.05$ podanym przez Renault.



Rys. 1. Geometria oraz model dyskretny

Uwzględniono izotropowe własności sprężyste oraz anizotropię normalną własności plastycznych za pomocą kryterium Hilla z roku 1948 ze średnim współczynnikiem Lankforda $R = (R_0 + 2R_{45} + R_{90})/4 = 1.82$. Krzywą umocnienia aproksymowano funkcją $\sigma = 563(0.00888 + \varepsilon^p)^{0.256}$ MPa, gdzie σ jest naprężeniem Cauchy'ego a ε^p jest efektywnym odkształceniem plastycznym.

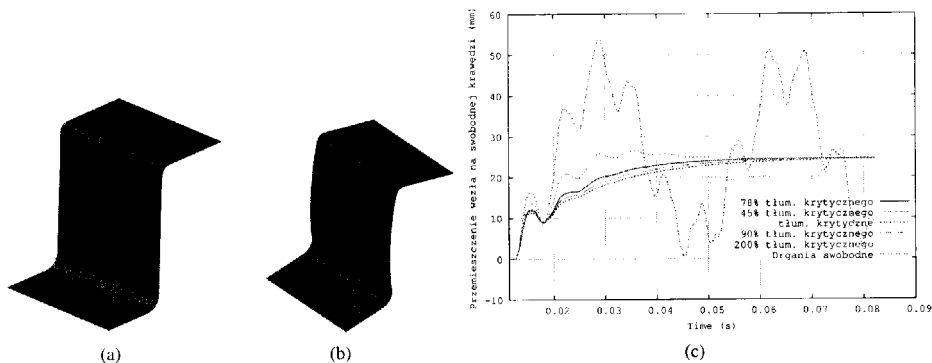
3.2. Metodologia wyznaczania sprężynowania powrotnego

Analizę kształtowania blachy wykonano przy użyciu jawnego modelu dynamicznego. Analiza sprężynowania powrotnego dla przypadku siły dociskającej 300 kN została przeprowadzona dwoma metodami: jawną dynamiczną oraz niejawną quasi-statyczną. Obydwa rozwiązania numeryczne porównano z wynikami eksperymentu. Następnie quasi-statyczny niejawny schemat został użyty do wyznaczenia sprężynowania powrotnego dla siły dociskającej 600 kN. W analizie sprężynowania za pomocą quasi-statycznego modelu niejawnego zbadano wpływ parametrów numerycznych, liczby punktów Gausa i liczby przyrostów obciążenia, na dokładność i efektywność rozwiązania.

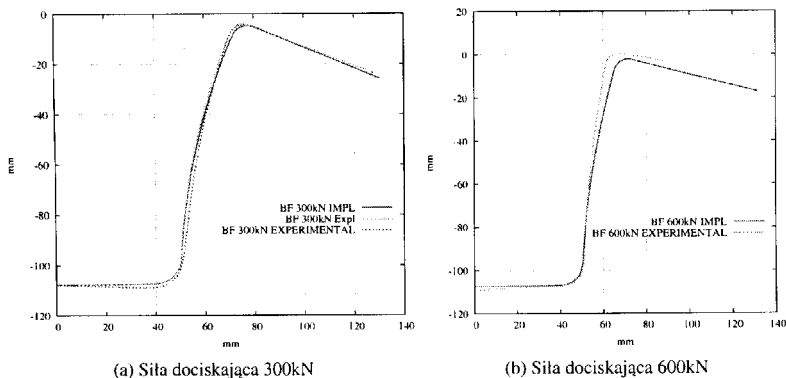
3.3. Wyniki analizy numerycznej

Kształt wytłoczki po tłoczeniu pokazano na rys. 2a. Jest to zarazem kształt początkowy w późniejszej analizie sprężynowania. Kształt wytłoczki po sprężynowaniu dla siły dociskacza 300 kN otrzymany w analizie jawnej dynamicznej pokazano na rys. 2b. Rysunek 2c przedstawia drgania swobodnej krawędzi blachy w trakcie dynamicznej analizy sprężynowania przy różnych wartościach

tłumienia. Można zaobserwować, że przy odpowiednim tłumieniu drgania są wytłumione, co odpowiada stanowi układu po sprężynowaniu powrotnym. Ustalone rozwiązanie może być efektywnie osiągnięte jeśli przyłożyć tłumienie bliskie do wartości krytycznej dla najniższej częstości własnej. Najniższa częstość własna może być wyznaczona analizując drgania swobodne układu bez tłumienia przed analizą sprężynowania.



Rys. 2. Wyniki symulacji: (a) kształt wytłoczki po tłoczeniu, (b) kształt wytłoczki po sprężynowaniu, (c) pionowe przemieszczenia swobodnej krawędzi blachy przy różnych wartościach tłumienia



Rys. 3. Przekroje przez płaszczyznę symetrii blachy po sprężynowaniu

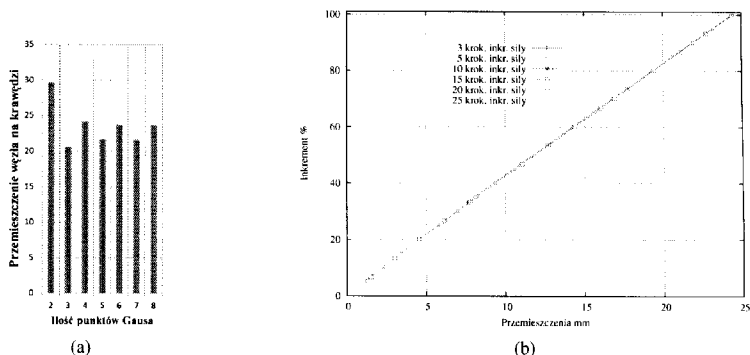
Sprężynowanie powrotne dla tego samego przypadku było wyznaczone metodą niejawną quasi-statyczną. Naprężenia reszkowe przyłożono w 10 krokach. Obydwa rozwiązania numeryczne oraz wyniki eksperymentalne pokazano na rys. 3a. Porównanie pokazuje dużą zgodność wyników numerycznych z eksperymentalnymi.

Rysunek 3a dowodzi, że obydwie metody numeryczne są równoważne jeśli chodzi o dokładność rozwiązania, natomiast porównanie czasu obliczeń pokazuje, że metoda wykorzystująca rozwiązanie quasi-statyczne niejawną jest o wiele bardziej efektywna numerycznie. Rozwiązywanie za pomocą tej metody trwało tylko 31 min CPU (procesor Intel Core 2 Quad Q9650, 3GHz), podczas gdy analiza

dynamiczna zajęła więcej niż 12 godzin CPU. Symulacja tłoczenia w obydwu przypadkach trwała 40 min CPU. To pokazuje, że kombinacja jawnej analizy kształtowania z niejawną analizą sprężynowania jest lepszym podejściem przy analizie sprężynowania powrotnego. Takie podejście użyto w dalszej części pracy.

Kształt po sprężynowaniu dla przypadku siły na dociskaczu 600 kN uzyskany za pomocą niejawnnej metody quasi-statycznej jest porównany z kształtem uzyskanym w eksperymencie na rys. 3b. Efekt sprężynowania zmniejsza się przy zwiększeniu siły docisku. Zgodność pomiędzy wynikiem numerycznym i eksperymentalnym dla siły dociskacza 600 kN jest dość dobra, gorsza niż w przypadku siły dociskacza 300 kN.

Wpływ liczby punktów Gaussa na rozwiązanie był zbadany w celu sprawdzenia, czy dokładność rozwiązania wzrośnie bez strat w efektywności numerycznej. Przy całkowaniu numerycznym elementu BST zwykle zaleca się używać 3-9 punktów całkowania po grubości. Jednakże w szczególnych przypadkach przy analizie sprężynowania wytłoczki dla otrzymania wysokiej zgodności z wynikami eksperymentalnymi zaleca się używać większej ilości punktów całkowych Gaussa. Rozwiązania dla różnej liczby punktów Gaussa pokazano na rys. 4a. Histogram pokazuje zbieżność rozwiązania przy zwiększeniu ilości punktów Gaussa całkowania po grubości. Liczba punktów Gaussa ma wpływ na efektywność rozwiązania. Czas CPU dla 4 punktów Gaussa wynosi 40 min. Zwiększenie liczby punktów Gaussa o jeden zwiększa czas CPU symulacji tłoczenia o około 2 min. Analiza efektywności i dokładności rozwiązania dla różnej liczby punktów Gaussa pozwala wysnuć wniosek, że przyjęcie w naszych testach 4 punktów Gaussa przy całkowaniu numerycznym po grubości elementu BST jest rozsądnym wyborem pozwalającym otrzymać rozwiązanie z całkiem dobrą dokładnością przy niewielkim koszcie numerycznym.



Rys. 4. Wpływ parametrów numerycznych na rozwiązanie: (a) ilość punktów całkowania po grubości, (b) ilość przyrostów obciążenia

Dokładność i efektywność nieliniowej analizy w niejawnym schemacie quasi-statycznym zależy od liczby przyrostów obciążenia. Wyniki przedstawione wcześniej zostały otrzymane przyjmując 10 kroków. Zbadano wpływ liczby kroków zmieniając liczbę przyrostów obciążenia od 3 do 25. Wyniki tych badań przedstawiono na wykresie 4b. Krzywa na rysunku 4b jest prawie liniowa. Wyniki otrzymane dla 3 przyrostów są zbliżone do wyników otrzymanych przy 25 przyrostach. To pokazuje, że w tym przykładzie możemy użyć małą liczbę kroków obciążenia. Niekiedy naprężenia reszkowe mogą być przyłożone w jednym kroku.

4. WNIOSKI

Porównanie numerycznych i eksperymentalnych wyników pokazuje, że model numeryczny użyty w niniejszej pracy pozwala poprawnie przewidzieć kształt po sprężynowaniu. Porównanie jawnego dynamicznego i niejawnego quasi-statycznego modelu sprężynowania pokazuje, że te metody są równoważne co do dokładności rozwiązania. Jednakże wykorzystanie niejawnego podejścia quasi-statycznego jest znacznie bardziej efektywne. Metoda jawna jest prostsza ale wymaga dłuższego czasu analizy, aby otrzymać stan równowagi. Często czas ten przekracza wielokrotnie czas analizy tłoczenia. Badanie wpływu parametrów numerycznych pokazało, że typowe symulacje tłoczenia i sprężynowania są akceptowalnie dokładne przy 4 punktach całkowych po grubości. Niejawną quasi-statyczną analizę można przeprowadzić w niewielu krokach, w danym przypadku wystarczyły trzy kroki.

5. PODZIĘKOWANIA

Praca ta była w pełni finansowana przez Europejski Fundusz Rozwoju Regionalnego Program Operacyjny: Innowacyjna Gospodarka 2007–2013, numer projektu POIG.01.03.01-14-209/09, akronim - NUPRESS.

LITERATURA

- [1] Carden, W.D., Geng, L.M., Matlock, D.K., Wagoner, R.H., Measurement of springback, *Int. J. Mech. Sci.*, 44, 79-101, 2002.
- [2] Chen, P., Koc, M., Simulation of springback variation in forming of advanced high strength steels, *J. Mater. Proc. Technol.*, 190, 189–198, 2007.
- [3] Firat, M., Mete Osman, H., Kocabicak, U., Ozsoy, M., Stamping process design using FEA in conjunction with orthogonal regression, *Finite Elements in Analysis and Design*, 46 (11), 992-1000, 2010.
- [4] Geng, L.M., Wagoner, R.H., Role of plastic anisotropy and its evolution on springback, *Int. J. Mech. Sci.*, 44 (1) 123-148, 2002.
- [5] Gronostajski, J., Gronostajski, Z., Matuszak, A., Niechajowicz, A., Zimniak, Z., Modern system for the sheet metal forming design, *Proc. Conf. Advanced Materials Processing Technologies, AMPT '01*, Madrid, 907-914, 2001.
- [6] Laurent, H., Greze, R., Manach, P.Y., Thuillier, S., Influence of constitutive model in springback prediction using the split-ring test, *Int. J. Mech. Sci.*, 51, 233-245, 2009.
- [7] Laurent, H., Greze, R., Oliveira, M.C., Menezes, L.F., Manach, P.Y., Alves, J.L., Numerical study of springback using the split-ring test for an AA5754 aluminum alloy, *Finite Elements in Analysis and Design*, 46 (9), 751-759, 2010.
- [8] J. Rojek, M. Kleiber, A. Piela, R. Stocki, J. Knabel, Deterministic and stochastic analysis of failure in sheet metal forming operations, *Steel Grips - Journal of Steel and Related Materials*, Vol. 2, Suppl. Metal Forming, pp. 29-34, 2004.
- [9] Zimniak, Z., System wspomaganie projektowania, zapewnienia jakości i diagnozowania procesów tłoczenia blach, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (in Polish), 2005.

NUMERICAL ACCURACY AND EFFICIENCY OF ALGORITHMS FOR SPRINGBACK CALCULATION

The objective of this work has been to study numerical accuracy and efficiency of algorithms of springback calculation. The finite element program Stampack has been used as a solver. It has capability of an explicit dynamic simulation of forming while the springback can be analysed using either an explicit dynamic or quasi-static implicit approach. Draw bending of a U profile has been used as a case study problem. Two methods of springback calculation have been compared, their advantages and disadvantages have been discussed. Numerical results have been verified by comparison with experimental data. The influence of selected numerical parameters on the accuracy and efficiency of the springback calculation has been investigated.