

文章编号: 1000-4750(2013)12-0176-07

# 基于子结构虚拟变形的损伤识别方法

张青霞<sup>1,4</sup>, 侯吉林<sup>2</sup>, 段忠东<sup>3</sup>, Łukasz Jankowski<sup>4</sup>

(1. 大连民族学院土木建筑工程学院, 大连 116600; 2. 大连理工大学土木工程学院, 大连 116024;

3. 哈尔滨工业大学深圳研究生院, 深圳 518055; 4. 波兰科学院基础技术研究所智能技术部, 华沙 02-106)

**摘 要:** 针对大型土木结构损伤识别优化效率低的问题, 提出了子结构虚拟变形方法。虚拟变形方法是一种结构快速重分析的方法, 该方法利用单元的虚拟变形模拟结构的损伤, 可以在不重新建立有限元模型的情况下, 快速计算出结构参数改变后的结构响应。该文基于虚拟变形法的基本思想, 对子结构的刚度矩阵进行分解和对损伤后结构运动方程进行整理, 推导出利用子结构的虚拟变形刻画损伤的方法, 扩展了虚拟变形方法的适用范围; 并且给出了虚拟变形和结构响应的相关性计算公式, 通过相关性分析提取主要的虚拟变形, 减少参与计算的子结构虚拟变形的数目, 提高计算效率; 最后利用一个五十层框架的数值仿真验证方法的有效性。

**关键词:** 结构健康监测; 损伤识别; 虚拟变形法(VDM); 子结构; 特征分解

**中图分类号:** TU311.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.08.0613

## SUBSTRUCTURAL VIRTUAL DISTORTION METHOD FOR DAMAGE IDENTIFICATION

ZHANG Qing-xia<sup>1,4</sup>, HOU Ji-lin<sup>2</sup>, DUAN Zhong-dong<sup>3</sup>, Łukasz JANKOWSKI<sup>4</sup>

(1. College of Civil and Architecture Engineering, Dalian Nationalities University, Dalian 116600, China;

2. School of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

3. Harbin Institute of Technology Shenzhen Graduate School, Shenzhen 518055, China;

4. Smart-Tech Centre, Institute of Fundamental Technological Research, Polish Academy of Sciences, 02-106, Warsaw, Poland)

**Abstract:** Aiming at the low optimization efficiency of the large structural damage identification in civil engineering, a Substructure Virtual Distortion Method (SVDM) is presented base on Virtual Distortion Method (VDM). VDM is a fast structural reanalysis method which uses virtual distortions to simulate structural damages, and the modified structural responses can be estimated quickly without rebuilding the whole structural finite element model. Based on the VDM, the way of virtual distortions of the substructure is reduced to simulate its damages through the eigen-decomposition of the substructure stiffness matrix and the analysis of the structural motion equation, and thus it extends the application of the VDM to more complex practical structures. Via analysing the correlations of the distortions with structural responses, the main virtual distortions of the substructure are picked up to reflect the damages. The correlation estimation equation is presented. This reduces the number of necessarily-considered virtual distortions and increases the computational efficiency. A numerical 50-story frame model is used to verify the proposed method.

收稿日期: 2012-08-25; 修订日期: 2013-01-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(51108066, 51108057); 住房和城乡建设部项目(K2201243, 2013-k2-7); 欧洲地区发展基金项目(POIG.0101.02-00-013/08-00); 大连民族学院科研基金项目(20116207); 中央高校基本科研业务费专项基金项目(DC13010316)

通讯作者: 张青霞(1981-), 女, 河南人, 讲师, 博士, 从事结构健康检测研究(E-mail: zhangqingxia\_hit@hotmail.com).

作者简介: 侯吉林(1979-), 男, 吉林人, 博士, 主要从事结构健康检测研究(E-mail: hou.jilin@hotmail.com);

段忠东(1968-), 男, 湖南人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构健康监测、风工程等研究(E-mail: duanzd@hit.edu.cn);

Łukasz Jankowski(1975-), 男, 波兰人, 助理教授, 博士, 从事智能系统、结构健康监测等研究(E-mail: ljank@ippt.gov.pl).

**Key words:** structural health monitoring (SHM); damage identification; virtual distortion method (VDM); substructure; eigen decomposition

结构损伤的准确识别是结构健康监测的关键步骤,它为土木工程中服役结构的监测、维修、安全评定等提供了可靠的理论依据。近些年结构损伤识别的研究比较深入,但是由于土木结构大型复杂的特点,利用有限测点进行结构准确的损伤识别还存在一定的困难。

根据方法是否依赖有限元模型,可分为无模型和有模型损伤识别方法。无模型的损伤识别主要指信号处理的方法,如小波分析<sup>[1]</sup>和 HHT 变换等<sup>[2]</sup>。无模型方法可以快速判断损伤的发生时刻和大致位置,但一般不易识别出损伤的具体程度。有模型方法利用结构的实测信息通过优化有限元模型中的参数进行损伤识别,即结构模型修正的方法<sup>[3]</sup>。有模型方法不但可以识别损伤的位置还能识别出损伤的程度,是目前主要损伤识别方法。

根据所利用结构振动响应类型的不同,损伤识别方法主要分为频域方法、时域方法。频域方法利用结构频率和振型信息进行损伤识别。2009年,李永梅等<sup>[4]</sup>利用结构损伤前后的柔度矩阵,提出基于柔度差曲率矩阵的结构损伤识别方法,能够定位损伤,定性反映损伤程度,仅需结构的低阶模态信息。2012年,郑飞等<sup>[5]</sup>提出一种采用缩聚应变能与频率相结合的损伤识别定性定量方法。频域方法的优点是对噪声的鲁棒性好,但是往往对局部损伤不敏感,而时域方法直接利用结构的时域动力响应进行损伤识别,不存在模态截断的现象,可充分利用实测响应。2009年,张坤等<sup>[6]</sup>在激励未知的情况下,通过动态响应灵敏度同时对损伤和激励进行反演。虚拟变形方法(VDM)<sup>[7]</sup>是一种结构快速重分析的方法,通过引进虚拟变形快速计算有限元模型改变后的响应,不需重新建立有限元模型。该方法的计算效率与参与优化的虚拟变形个数成正比,如果只对整体结构中某个局部区域进行损伤识别,这种方法的优化效率就能显著体现出来。时域方法对局部损伤比较敏感,常常利用较少传感器就可以进行准确的损伤识别,但该类方法需要有比较准确和合理的有限元模型,而且与频域方法相比,相对容易受噪声的影响。

虚拟变形方法属于基于时域响应的有模型损伤识别方法。虚拟变形方法被广泛的应用在结构的静、动态分析和结构参数识别中,虚拟变形不但能

模拟结构刚度<sup>[8]</sup>的变化,而且还可以模拟结构质量<sup>[9]</sup>和阻尼参数<sup>[10]</sup>的变化。但是目前的虚拟变形方法主要用于模拟单元形式简单的损伤,例如杆单元(拉伸变形)、梁单元(拉伸、弯曲和剪切变形)。当单元复杂或自由度数目较多时,则需要引入较多的虚拟特征变形来刻画损伤,大大增加了虚拟变形求解计算量。目前对于大型复杂结构,为了降低需要识别的未知数,常常将整体结构划分为若干子结构,一个子结构由多个相邻单元组成并用一个损伤因子来刻画。鉴于此,本文提出子结构的虚拟变形方法,并通过子结构虚拟变形与响应的相关性分析,提取主要的虚拟变形,减少子结构虚拟变形的数目,提高计算效率。最后利用一个五十层框架有限元模型结构验证方法的有效性。

## 1 子结构虚拟变形方法

### 1.1 子结构虚拟变形和损伤的关系

设第  $i$  个子结构的扩展刚度矩阵为  $\mathbf{K}_{s,i}$ , 损伤后的子结构刚度为  $\mathbf{K}_{s,i}^d$ , 则子结构  $i$  的损伤因子  $\mu_i$  可以表示为式(1), 结构的刚度矩阵为式(2), 损伤结构的运动方程为式(3)。

$$\mathbf{K}_{s,i}^d = \mu_i \mathbf{K}_{s,i} \quad (1)$$

$$\mathbf{K} = \sum_i \mathbf{K}_{s,i}, \quad \mathbf{K}^d = \sum_i \mathbf{K}_{s,i}^d \quad (2)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \sum_i \mathbf{K}_{s,i}^d \mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{M}$  为结构的质量矩阵;  $\mathbf{C}$  为阻尼矩阵;  $\mathbf{u}(t)$  为结构的位移;  $\mathbf{f}(t)$  为结构的激励。

将式(3)中损伤结构刚度矩阵改变的部分移到方程的右边,化为式(4),即相当于在未损伤结构上施加一个虚拟力  $\mathbf{p}^0(t)$ , 其中  $\mathbf{p}^0(t) = \sum_i (1 - \mu_i) \mathbf{K}_{s,i} \mathbf{u}(t)$ 。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) + \mathbf{p}^0(t) \quad (4)$$

子结构的刚度矩阵  $\mathbf{K}_{s,i}$  可以由子结构的局部刚度矩阵  $\mathbf{K}_{ss,i}$  来表示,为:

$$\mathbf{K}_{s,i} = \mathbf{L}_i^T \mathbf{K}_{ss,i} \mathbf{L}_i \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{K}_{ss,i}$  为子结构局部坐标系对应的刚度矩阵,其维数与其子结构自由度数目相同;  $\mathbf{L}_i$  为子结构局部自由度编号与整体自由度编号对应的位置矩阵。

联合式(5), 虚拟力可以写为下式的形式:

$$\mathbf{p}^0(t) = \sum_i \mathbf{L}_i^T \mathbf{p}_{s,i}^0(t) \quad (6)$$

式中  $\mathbf{p}_{s,i}^0(t) = (1 - \mu_i) \mathbf{K}_{ss,i} \mathbf{u}_{s,i}(t)$  为局部坐标系下作用在第  $i$  个子结构的虚拟力。 $\mathbf{p}_{s,i}(t) = \mathbf{K}_{ss,i} \mathbf{u}_{s,i}(t)$  为子结构的结点力, 故施加的虚拟力  $\mathbf{p}_{s,i}^0(t)$  和子结构的结点力  $\mathbf{p}_{s,i}(t)$  有如下式所示的关系:

$$\mathbf{p}_{s,i}^0(t) = (1 - \mu_i) \mathbf{p}_{s,i}(t) \quad (7)$$

从上面的推导可以看出, 虚拟力、结构损伤与结构响应存在一定的关系。将虚拟力  $\mathbf{p}_{s,i}^0(t)$  作用在第  $i$  个子结构上所产生的变形定义为虚拟变形。虚拟变形可以通过对子结构刚度矩阵  $\mathbf{K}_{ss,i}$  进行特征值分解来进行分析。特征值包括两部分: 1) 特征值为零对应的特征向量为子结构的刚体位移, 这里不考虑; 2) 正特征值对应的特征向量为结构的特征变形。 $\mathbf{K}_{ss,i}$  可以由正特征值和对应的特征向量表示, 见下式:

$$\mathbf{K}_{ss,i} = \sum_j \lambda_{ij} \boldsymbol{\varphi}_{ij} \boldsymbol{\varphi}_{ij}^T \quad (8)$$

式中:  $\lambda_{ij}$  为第  $i$  个子结构的第  $j$  个特征值;  $\boldsymbol{\varphi}_{ij}$  为第  $i$  个子结构的第  $j$  个特征向量, 这里将  $\boldsymbol{\varphi}_{ij}$  定义为特征变形,  $\boldsymbol{\varphi}_{ij}$  满足  $\mathbf{K}_{ss,i} \boldsymbol{\varphi}_{ij} = \lambda_{ij} \boldsymbol{\varphi}_{ij}$ 。子结构虚拟力可以表示为:

$$\mathbf{p}_{s,i}^0(t) = \mathbf{K}_{ss,i}^0 \sum_j \gamma_{ij}^0 \boldsymbol{\varphi}_{ij} \quad (9)$$

式中,  $\gamma_{ij}^0 \boldsymbol{\varphi}_{ij}$  为第  $i$  个子结构的第  $j$  个虚拟变形,  $\gamma_{ij}^0 = (1 - \mu_i) \boldsymbol{\varphi}_{ij}^T \mathbf{u}_{s,i} (1 - \mu_i)$  为对应的虚拟变形系数。同样, 子结构结点力可以表示为:

$$\mathbf{p}_{s,i}(t) = \mathbf{K}_{ss,i} \sum_j \gamma_{ij} \boldsymbol{\varphi}_{ij} \quad (10)$$

式中,  $\gamma_{ij} \boldsymbol{\varphi}_{ij}$  为第  $i$  个子结构的第  $j$  个实际变形, 其中实际虚拟变形系数  $\gamma_{ij} = \boldsymbol{\varphi}_{ij}^T \mathbf{u}_{s,i}(t)$ 。因此实际变形系数与虚拟变形系数存在下式的关系:

$$\gamma_{ij}^0 = (1 - \mu_i) \gamma_{ij} \quad (11)$$

## 1.2 计算损伤结构的响应

由运动方程式(4)结合杜哈姆积分, 损伤结构的第  $\alpha$  传感器的响应  $y_\alpha(t)$  可以表示为:

$$y_\alpha(t) = y_\alpha^L(t) + \sum_i \sum_j \sum_\tau D_{\alpha ij}^\gamma(t - \tau) \gamma_{ij}^0(\tau) \quad (12)$$

式中:  $y_\alpha^L(t)$  为未损伤结构在外荷载作用下的响应;  $D_{\alpha ij}^\gamma(t)$  为在未损伤结构作用脉冲特征变形  $\boldsymbol{\varphi}_{ij}$  时第

$\alpha$  传感器的响应(在结构上施加脉冲特征变形  $\boldsymbol{\varphi}_{ij}$  也就是在结构上施加  $\lambda_{ij} \boldsymbol{\varphi}_{ij}$  的脉冲激励)。在 VDM 方法中,  $D_{\alpha ij}^\gamma$  称为动态影响矩阵。 $\gamma_{ij}^0(\tau)$  为第  $i$  个子结构的第  $j$  个虚拟变形系数。 $y_\alpha^L(t)$  和  $D_{\alpha ij}^\gamma(t)$  均由未损伤结构模型计算获得。如果已知虚拟变形系数  $\gamma_{ij}^0(\tau)$ , 则损伤结构的响应可以利用式(12)快速计算。类似式(12), 损伤结构的实际变形系数  $\gamma_{ij}$  可以由下式表示:

$$\gamma_{ij}(t) = \gamma_{ij}^L(t) + \sum_k \sum_l \sum_\tau D_{ijkl}^{\gamma\gamma}(t - \tau) \gamma_{kl}^0(\tau) \quad (13)$$

式中:  $\gamma_{ij}^L(t)$  为未损伤结构在第  $i$  个子结构的第  $j$  个实际变形系数;  $D_{ijkl}^{\gamma\gamma}(t)$  为在结构上作用脉冲特征变形  $\boldsymbol{\varphi}_{kl}$ , 第  $i$  个子结构的第  $j$  个实际变形系数。由式(12)和式(13)可以得到式(14)。式(14)为第二类 Volterra 积分, 属于适定性问题, 具有唯一解。如果已知结构中的某些子结构未损伤, 则式(14)中  $1 - \mu_i = 0$ , 那么对应子结构项可以去掉, 缩小虚拟变形的数目, 简化求解方程。

$$(1 - \mu_i) \gamma_{ij}^L(t) =$$

$$\gamma_{ij}^0(t) - (1 - \mu_i) \sum_k \sum_l \sum_\tau D_{ijkl}^{\gamma\gamma}(t - \tau) \gamma_{kl}^0(\tau) \quad (14)$$

将式(12)和式(14)整理为式(15)和式(16)矩阵的形式。式(15)和式(16)中  $\mathbf{D}^\gamma$ 、 $\mathbf{y}^L$  和  $\mathbf{D}^{\gamma\gamma}$  由理论未损伤模型计算获得, 在给定结构的损伤因子  $\boldsymbol{\mu}$  后, 可以由式(16)计算出虚拟变形系数, 代入式(15)即可以计算出结构的响应, 而不需要进行结构的重新建模和分析。

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}^L + \mathbf{D}^\gamma \boldsymbol{\gamma}^0 \quad (15)$$

$$(\mathbf{I} - \boldsymbol{\mu}) \boldsymbol{\gamma}^L = (\mathbf{I} - (\mathbf{I} - \boldsymbol{\mu}) \mathbf{D}^{\gamma\gamma}) \boldsymbol{\gamma}^0 \quad (16)$$

## 1.3 主要虚拟变形的选取

模拟子结构损伤所需的虚拟变形的数量等于子结构刚度矩阵的正特征值的数量。当子结构比较复杂, 或者自由度比较多时, 对应的虚拟变形就会比较多, 如果将所有这些虚拟变形都求解, 计算量必然很大。实际中, 某些子结构的特征变形对应的虚拟变形对结构响应影响很小, 因此将主要的虚拟变形挑选出来, 只利用主要的虚拟变形来模拟损伤, 可以降低需要计算的虚拟变形的系数, 提高计算效率。下面介绍选取主要虚拟变形的方法。

由 1.1 节分析可知, 子结构的虚拟变形、实际变形与特征变形三者是对应, 因此下面通过分析实

际变形与结构响应的相关性来确定主要虚拟变形系数或主要特征变形。定义 $\eta_{ij}$ 为子结构 $i$ 的第 $j$ 个实际变形的相关性系数，其计算公式为：

$$\eta_{ij} = \frac{|(\mathbf{y}^L)^T \mathbf{y}^{\gamma_{ij}^L}|}{\|\mathbf{y}^L\|_2} \quad (17)$$

式中， $\mathbf{y}^{\gamma_{ij}^L}$ 是将变形 $\gamma_{ij}^L \varphi_{ij}$ 作为激励施加到未损伤结构时传感器的响应。

对 $\eta_{ij}$ 按照式(18)进行归一化为 $\bar{\eta}_{ij}$ ，并对 $\bar{\eta}_{ij}$ 从大到小进行降序排列，即为 $\bar{\eta}_{i,i_1} \geq \bar{\eta}_{i,i_2} \geq \dots \bar{\eta}_{i,i_n}$ ，然后对其进行累计求和为 $\pi_i(m)$ ， $\pi_i(m)$ 的计算公式见式(19)。定义门槛值 $\zeta$ ，当 $n_\gamma$ 满足式(20)时， $n_\gamma$ 为所选取的主要虚拟变形的数量，排序后对应的第 $1 \sim n_\gamma$ 特征变形为所选取的主要虚拟变形。

$$\bar{\eta}_{ij} = \frac{\eta_{ij}}{\sum_j \eta_{ij}} \quad (18)$$

$$\pi_i(m) = \sum_{k=1}^m \bar{\eta}_{i,i_k} \quad (19)$$

$$\pi_i(n_\gamma) \leq \zeta \leq \pi_i(n_\gamma + 1) \quad (20)$$

### 1.4 目标函数

通过上面分析可知，在给定子结构损伤因子 $\mu$ 后，结构的响应 $\mathbf{y}(\mu)$ 可以通过子结构虚拟变形方法(式(15)和式(16))快速计算出来，从而建立目标函数式(21)，通过最小化目标函数来优化识别损伤因子。

$$O(\mu) = \frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{y}^M - \mathbf{y}(\mu)\|^2}{\|\mathbf{y}^M\|^2}, \quad \mu \in (0,1] \quad (21)$$

对式(21)进行求导，可以得到目标函数的梯度，见式(22)和式(23)，从而可采用基于梯度的优化算法，提高优化效率。

$$\frac{\partial O}{\partial \mu_i} = -\frac{[\mathbf{y}^M - \mathbf{y}]^T \mathbf{D}^\gamma \frac{\partial \gamma^0}{\partial \mu_i}}{\|\mathbf{y}^M\|^2} \quad (22)$$

$$\mathbf{A} \frac{\partial \gamma^0}{\partial \mu_i} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mu_i} \gamma^0 = \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mu_i} \quad (23)$$

## 2 数值模拟

### 2.1 有限元框架模型

如图1所示五十层三跨普通框架结构模型，每层高3m，总高150m，每跨宽为6m，材料的弹性模量2.1GPa，考虑结构附属物的影响，密度设为 $7.850 \times 10^4 \text{kg/m}^3$ 。柱子的截面积和惯性矩分别为 $0.064 \text{m}^2$ 和 $0.01365 \text{m}^4$ ，梁的截面积和惯性矩分别为 $0.036 \text{m}^2$ 和 $0.0216 \text{m}^4$ 。

实际中一般测量框架结构的水平加速度(见下一节)，而水平位移主要受侧向刚度(柱的刚度)影响，相对而言，梁的损伤对水平自由度响应的影响较小。所以为了提高损伤识别的计算效率，本文将每层框架的4个柱和3个梁作为一个子结构，用一个损伤因子来刻画。设只有第1层和第4层发生了损伤，损伤因子分别为0.7和0.4，子结构的损伤因子见图2，损伤前后的框架结构前5阶频率见表1。假设已知损伤发生在底部的5个子结构中，但不知损伤的数量、位置和程度。下面利用本文提出的子结构虚拟变形方法对这5个子结构进行损伤识别。

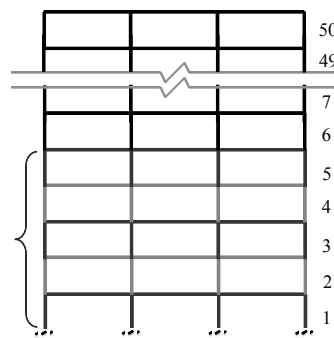


图1 框架模型

Fig.1 Model of the frame

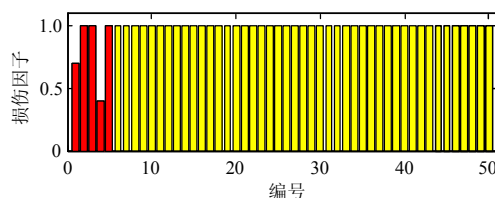


图2 损伤因子

Fig.2 The damage extents

表1 结构的前5阶频率 /Hz

阶数	1	2	3	4	5
未损伤	0.190	0.967	1.998	2.212	3.562
损伤	0.180	0.934	1.925	2.145	3.469

### 2.2 激励和响应

在框架结构上作用地震激励，选用Taft波的前5s加速度时程作用在框架结构上，见图3。采样频率为100Hz。在第4层水平方向上布置加速度传感器，利用Newmark- $\beta$ 方法计算损伤结构第4层传感器位置的加速度响应见图4，并考虑5%的高斯白噪声的影响，如图4(5%噪声)，然后利用小波方法去噪，去噪后的结果如图4(去噪后)。利用图4‘去噪后’的响应和图3的地震时程来识别底部5个子结构的损伤因子。

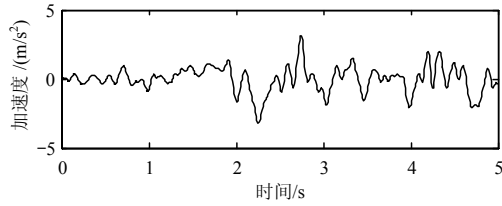


图3 加速度时程

Fig.3 The time history of the acceleration

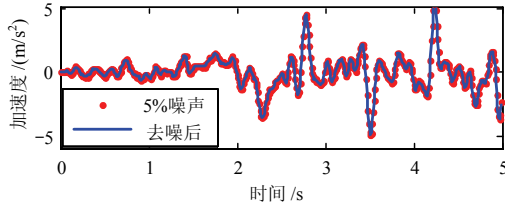


图4 第4层加速度响应

Fig.4 The acceleration of the 4-th story

2.3 虚拟变形分析和选取

这里以第3个子结构为例介绍如何选取主要虚拟变形, 第三个子结构的模型见图5, 对其刚度进行特征分解, 对应的非零特征值见表2, 表2中特征值按照去掉零特征值(对应的特征向量即刚体变形)后, 由小到大排列, 前6阶特征向量见图6。

表2 子结构的特征值( $\times 10^9$ )

Table 2 The eigenvalues of the substructure ( $\times 10^9$ )

序号	1	2	3	4	5	6	7
特征值	0.16	0.72	1.16	2.05	2.96	3.76	7.49
序号	8	9	10	11	12	13	14
特征值	19.9	26.3	33.5	34.5	46.9	47.3	88.9
序号	15	16	17	18	19	20	21
特征值	89.3	89.6	90.5	98.6	102	119	135



图5 子结构的模型

Fig.5 Model of the substructure

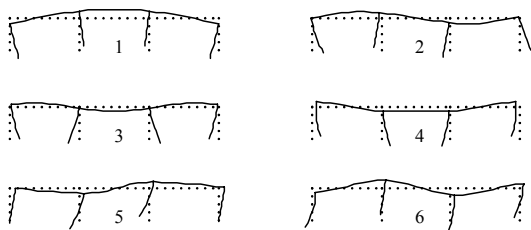


图6 子结构前6阶特征变形

Fig.6 The first 6 eigenvectors of the substructure

将图3的地震作用在未损伤结构上, 计算出子结构3的21组实际变形时程, 前6个实际变形系数时程为图7。将这21组变形作为荷载加到未损伤

结构上, 计算相应的第4层加速度响应, 则可以获得21个加速度响应, 其中前6组响应如图8所示; 然后利用这21个加速度响应与未损伤结构响应进行相关性计算, 其相关性系数如图9所示。

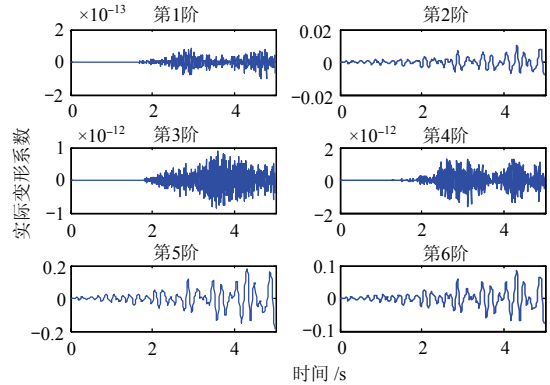


图7 未损伤子结构的前6阶实际变形系数时程

Fig.7 The first 6 virtual distortions of the intact substructure to the seismic excitation

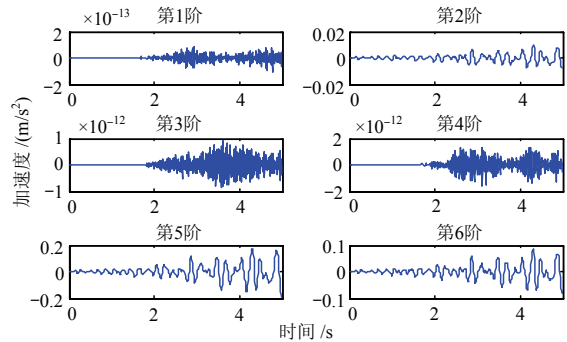


图8 未损伤结构实际变形引起的未损伤结构传感器的响应

Fig.8 The responses of the intact structure at the sensor place to the virtual distortions of the intact substructure

对图9各变形对应的相关性系数进行归一化(求和为1), 然后按照数值由大到小排序, 其顺序为[17, 15, 8, 7, 12, 10, 19, 21, 23, 4, 20, 22, 16, 14, 13, 18, 9, 6, 2, 1, 3, 5, 11]。当式(20)中阈值 $\zeta$ 取99%时, 第6个值为小于99%的最大值, 那么将前6个对应的特征值和特征向量挑选出来作为主要特征变形, 分别见表3和图10。

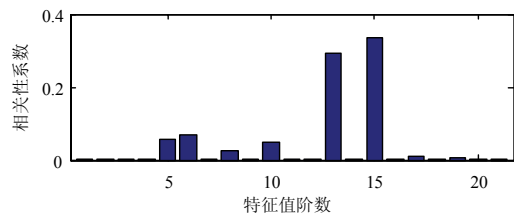


图9 相关性系数

Fig.9 The correlation coefficients

表3 挑选的特征值( $\times 10^9$ )  
Table 3 The selected eigenvalues ( $\times 10^9$ )

阶数	15	13	6	5	10	8
特征值	89.3	47.3	3.76	2.96	33.5	19.9

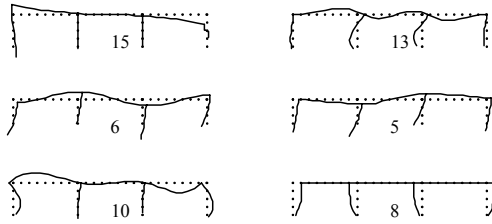


图10 挑选的特征变形

Fig.10 The selected eigenvector

结构底部5子结构的所有特征变形数目之和为96,那么对子结构1~5进行如上操作,挑选主要特征变形,则只需选取32个主要虚拟变形就可以模拟子结构损伤,见表4,所需虚拟变形是总虚拟变形数目的1/3。

表4 所有子结构挑选的特征值的阶数

Table 4 The orders of the selected eigenvalue of all the substructures

序号	1	2	3	4	5	6	7	8
子结构	1	1	1	2	2	2	2	2
提取阶数	1	6	12	13	5	6	15	10
序号	9	10	11	12	13	14	15	16
子结构	2	2	3	3	3	3	3	3
提取阶数	17	2	15	13	6	5	10	8
序号	17	18	19	20	21	22	23	24
子结构	4	4	4	4	4	4	4	4
提取阶数	13	15	5	8	10	6	17	19
序号	25	26	27	28	29	30	31	32
子结构	5	5	5	5	5	5	5	5
提取阶数	13	5	15	6	8	2	17	19

为验证选取的主要变形已能模拟子结构损伤,给定实际损伤因子,利用表4所选取的主要特征值和对应的特征向量,由子结构虚拟变形方法,通过相应地式(15)和式(16)计算结构响应,见图11(VDM),可以看出实际(图11,理论)与构造的响应(图11,VDM)是一致的。此外,原有有限元模型

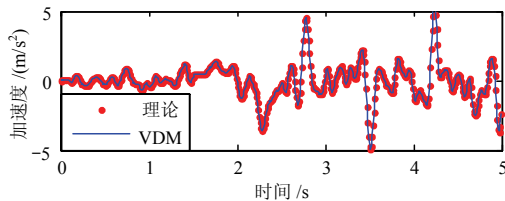


图11 构造的响应与实际响应的比较

Fig.11 Comparison of the constructed responses with the actual responses

一共600个自由度,而利用子结构虚拟变形方法,每个时间步只需计算一个32维矩阵的逆,大大提高了结构响应计算的效率。

利用图4‘去噪后’的响应和图3地震时程,以及表4挑选的主要特征变形来识别框架底部5个子结构的损伤因子,识别的结果见图12。损伤的位置和程度可以被准确识别,验证了方法的有效性。

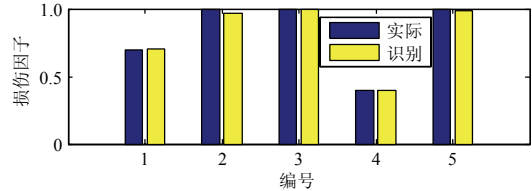


图12 识别的损伤因子

Fig.12 The identified damage extents

### 2.4 计算效率分析

该方法利用虚拟变形模拟结构的损伤,可以在不重新建立有限元模型的情况下,快速计算出给定损伤因子的结构响应。另外,利用子结构虚拟变形法建立的目标函数,能够推导其梯度表达式,从而可采用基于梯度的优化算法,提高优化效率。下面仅从提高结构响应的计算效率方面进行分析。

本文算例中参与计算的子结构数目为5个,所选取相关性较大的虚拟变形的数目为32个,共500个时间步,每个时间步需要计算32维方阵的逆,方阵求逆的计算量一般为 $O(N^3)$ ,即 $N^3=32^3=32768$ ,所以优化过程中计算一次结构响应的计算量为 $O(N^3 \times 500) = O(1.64 \times 10^7)$ ;常规的损伤识别方法中,每次优化一般采用Newmark- $\beta$ 方法计算结构响应,计算一次结构响应的主要工作量为计算结构系统矩阵的逆。算例中框架的整体自由度为600个,因此计算量为 $O(600^3) = O(2.16 \times 10^8)$ 。可以看出,在单次结构响应的计算中,子结构虚拟变形方法将计算效率提高了10倍多。另外在优化中能采用目标函数的梯度(见式(22)和式(23)),在优化过程中可以进一步提高计算效率。

而如果没有预判损伤子结构的位置,所有子结构都要参与损伤识别,假设每个子结构挑选6个主要虚拟变形,那么共300个虚拟变形,则计算量为 $300^3 \times 500 = 4.5 \times 10^9$ ,则这种情况的计算量要大于利用Newmark- $\beta$ 方法20多倍。此种情况采用Newmark- $\beta$ 方法计算结构的响应效率更高。

因此本文方法一般需要根据结构分析、经验或者信号处理的方法预先确定或估计损伤的范围,然后对局部结构进行识别。

### 3 结论

本文推导了子结构的虚拟变形方法,通过一个50层框架结构模型验证了方法的有效性,并得到了以下结论:

(1) 利用子结构的特征变形模拟子结构的损伤,扩展了虚拟变形方法的适用范围,可以将方法更有效地应用于实际复杂结构。

(2) 通过特征变形与响应的相关性分析,可以选取主要的虚拟变形来模拟结构损伤,从而忽略对结构响应影响较小的次要的虚拟变形,提高计算效率。

#### 参考文献:

- [1] 丁幼亮, 李爱群. 基于振动测试与小波包分析的结构损伤预警[J]. 力学学报, 2006, 38(5): 639—644.  
Ding Youliang, Li Aiqun. Structural damage early warning based on vibration testing and wavelet packet analysis [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, 38(5): 639—644. (in Chinese)
- [2] Tang J, Chiou D, Chen C, Chiang W, Hsu W, Chen C, Liu T. A case study of damage detection in benchmark buildings using a Hilbert-Huang Transform-based method [J]. Journal of Vibration and Control, 2011, 17(4): 623—636.
- [3] 郭彤, 李爱群, 韩大章. 基于灵敏度分析与优化设计原理的大跨桥梁动力模型修正[J]. 桥梁建设, 2004(6): 20—23.  
Guo Tong, Li Aiqun, Zhang Dazhang. Updating of dynamic model for long-span bridges based on structural sensitivity analysis and optimization design principle [J]. Bridge Construction, 2004(6): 20—23. (in Chinese)
- [4] 李永梅, 周锡元, 高向宇. 基于柔度差曲率矩阵的结构损伤识别方法[J]. 工程力学, 2009, 26(2): 188—195.  
Li Yongmei, Zhou Xiyuan, Gao Xiangyu. Detection indicator of structural nondestructive damage based on curvature-flexibility-difference matrix [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(2): 188—195. (in Chinese)
- [5] 郑飞, 许金余. 基于缩聚模态应变能与频率的结构损伤识别[J]. 工程力学, 2009, 29(7): 117—123.  
Zheng Fei, Xu Jinyu. Structural damage diction based on reduced modal strain energy and frequency [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(7): 117—123. (in Chinese)
- [6] 张坤, 罗绍湘, 段忠东. 基于动态响应灵敏度同步反演结构物理参数与输入的算法[J]. 振动与冲击, 2009, 28(9): 143—148, 167.  
Zhang Kun, Luo Shaoxiang, Duan Zhongdong. Simultaneous identification of structural physical parameters and input based on dynamic response sensitivity [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(9): 143—148, 167. (in Chinese)
- [7] Kolakowski P, Wiklo M, Holnicki-Szulc J. The virtual Distortion Method - a versatile reanalysis tool for structure and systems [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2008, 36(3): 217—234.
- [8] Świercz A, Kołakowski P, Holnicki-Szulc J. Damage identification in skeletal structures using the virtual distortion method in frequency domain [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(8): 1826—1839.
- [9] Suwala G, Jankowski L. A model-less method for impact mass identification [C]. Proceedings of the 4th European Workshop on Structural Health Monitoring, Krakow, Poland, 2008: 365—373.
- [10] Mroz M, Jankowski L, Holnicki-Szulc J. VDM-based identification of localized damage induced damping [C]. Proceedings the 5th European workshop on Structural Health Monitoring, 2010: 988—993.