

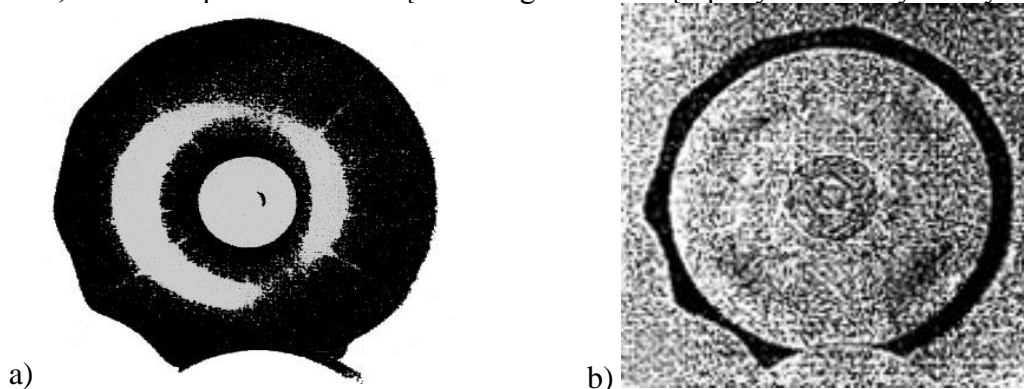
Robert Konowrocki <sup>1</sup>

## WYBRANE ZAGADNIENIA FALOWE W KOLE OGUMIONYM

### 1. Wstęp

Ogumienie pojazdu samochodowego jest elementem, który znajduje się w bezpośrednim kontakcie z nawierzchnią drogi i przenosi obciążenie wynikające z wymuszenia kinematycznego pojazdu. Właściwości opony pojazdu samochodowego wpływają bezpośrednio na bezpieczeństwo czynne kierowcy oraz pasażerów. Stąd ogumienie ciągle stanowi przedmiot badań i prac rozwojowych. Skutkiem tych prac jest wprowadzanie nowych materiałów i technologii wytwarzania, które prowadzą do poprawienia właściwości jezdnych i eksploatacyjnych (zmniejszenia masy opony, zużycia i odkształceń).

Ruch toczny koła wywołuje dyssypację energii związaną z tarciem poślizgowym w łożyskach, tłumienie postaciowe związane z uginaniem się opony oraz straty wentylacyjne.



Rys. 1. Fala bieżąca w oponie (a - mniejsza deformacja opony, b - duża deformacja) [2].

Po osiągnięciu pewnej granicznej prędkości toczenia zaczyna mocno wzrastać energia dyssypowana. Zjawisko to jest spowodowane generowaniem fal bieżących w oponie (rys. 1). Prędkość, przy której zaczyna propagować się fala bieżąca w oponie nazywana jest prędkością krytyczną (w literaturze można spotkać określenie fala stojąca [2], które nie jest poprawne, gdyż kształt zaburzeń jest niezmienny względem otoczenia i nie posiada węzłów). Propagacja fal w oponie wpływa na przyczepność i stabilność ruchu pojazdu. Wskutek ruchu falowego powstają niepożądane drgania koła. Powodują one uszkodzenie opony i przenoszą się na nadwozie pojazdu. Nadmierne odkształcania bieżnika wywołują szybkie nagrzewania się opony, mogące prowadzić do rozwarstwienia.

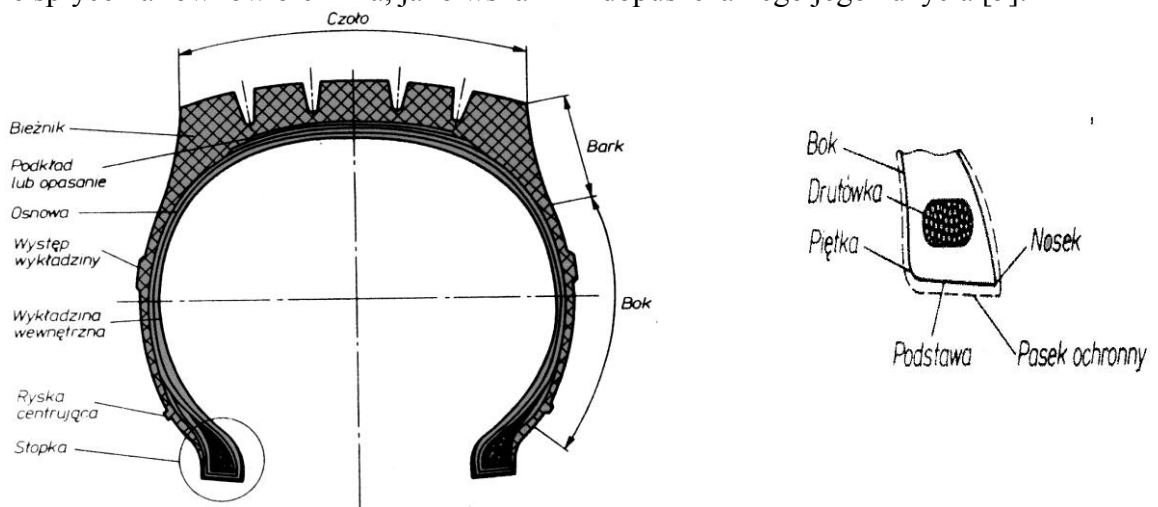
Poprawne określenie prędkości krytycznej oraz oszacowanie wpływu parametrów opony na tą wielkość jest ważnym zagadnieniem w budowie opon. Prędkość krytyczną, można wyznaczyć doświadczalnie. Na ogół jednak jest to badanie sprawdzające, które wiąże się z poważnymi nakładami, a uzyskane wyniki badań dotyczą wówczas konkretnych rozwiązań opony samochodowej. Bardziej uniwersalnym rozwiązaniem wydaje się zbudowanie modelu fizycznego i matematycznego oddziaływania opony z drogą. Przy pomocy tych modeli można oszacować właściwości dynamiczne opon w funkcji różnych parametrów.

### 2. Ogólna budowa ogumienia

Współczesna opona samochodowa składa się z konstrukcji nośnej i otaczającej ją powłoki gumowej, zwanej bieżnikiem. Konstrukcja nośna tworzona jest przez główne elementy opony:

<sup>1</sup> Mgr inż. Robert Konowrocki, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, PAN

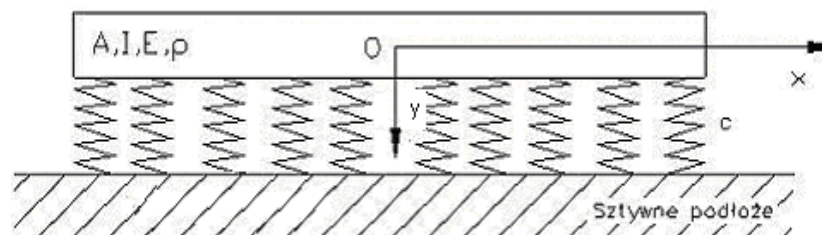
osnowę, opasanie oraz stopkę. Osnowa jest elastyczną, mało rozciągliwą powłoką decydującą o wytrzymałości opony. Zbudowana jest z kilku warstw kordu. Między niektórymi mogą znajdować się warstwy gumy. Od wewnątrz osnowa pokryta jest dodatkową warstwą gumy zabezpieczającą kordy. Kordy stosowane na materiał osnowy mogą być wykonane z następujących materiałów: włókno szklane lub siatka stalowa, poliester, wiskoza, poliamid. Opasanie stanowi kilka warstw nici kordowych umieszczonych obwodowo pomiędzy osnową a bieżnikiem w czole opony. W nowoczesnych oponach przystosowanych do dużych prędkości stosowane są opasania zewnętrzne, usytuowane pod bieżnikiem, wykonane z poliamidu. Stopka jest elementem mocującym oponę na obręczy. W stopce opony wyróżnia się: nosek, podstawę, piętka, i bok. Znaczącymi elementami w stopce są zwoje drutu stalowego (drutówki) pokrytego gumą, wokół których są przewinięte warstwy osnowy. Bieżnik należy do części powłoki gumowej opony obejmującej czoło i bark. Rzeźbę bieżnika stanowią występkki, nacięcia lamelowe i rowki. Bieżnik może mieć na obwodzie rozmieszczone symetrycznie poprzeczne wąskie spłycenia rowków bieżnika, jako wskaźniki dopuszczalnego jego zużycia [5].



Rys. 2. Schemat przekroju poprzecznego opony z opisem poszczególnych elementów konstrukcyjnych.

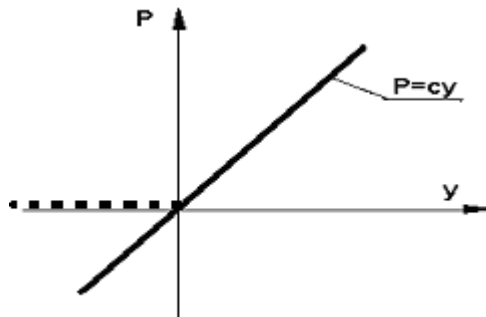
### 3. Model ogumienia koła pojazdu samochodowego

Przyjęty model obliczeniowy powinien możliwie dokładnie odzwierciedlać obiekt rzeczywisty, a jednocześnie powinien być możliwie prosty do analizy. Rozpatrując koło samochodu uwzględnić należy także fakt, że sztywność opony jest znacznie mniejsza od sztywności obręczy. W analizie odkształceń promieniowych koła można wpływ odkształceń obręczy pominąć. Opona radialna zbudowana jest z dwóch charakterystycznych elementów. Element czołowy opony stanowią: opasanie, ekran i bieżnik, tworzące sztywny pas materiału opony, pracujący przede wszystkim na zginanie, oraz sprężysty bok wykonany z materiału osnowy pokrytego gumą.



Rys. 3. Belka prosta modelu Bernoulliego- Eulera na sprężystym podłożu.

Przyjmując na podstawie pracy [1], iż różnica w wynikach koła modelowanego zakrzywioną belką w stosunku do modelu opisanego belką prostą wynosi około 10%. Zakładamy, że pas czołowy opony (bieżnik) będzie modelowany belką prostą (rys. 3) typu Bernoulliego-Eulera. Parametrami belki są:  $I$  - moment bezwładności przekroju poprzecznego,  $A$  - pole powierzchni przekroju poprzecznego,  $E$  - moduł Younga materiału bieżnika,  $\rho$  - gęstość materiału,



Rys. 4. Charakterystyka dwustronnego (linia ciągła) i jednostronnego (linia przerywana) modelu podłoża Winklera.

Belka prosta Bernoulliego-Eulera dobrze modeluje właściwości rzeczywistego elementu w analizie statycznej oraz przy wymuszeniach o częstotliwościach poniżej 500 Hz (zakres wystarczający w przypadku koła samochodu). Bok opony i działanie ciśnienia przedstawimy jako sprężyste podłoże Winklera o liniowym współczynniku sprężystości  $c$ . Tego typu podłoże ilustrujemy układem sprężyn na nieodkształcalnej bazie. Tak więc modelem opony będzie belka prosta typu Bernoulliego-Eulera na sprężystym podłożu Winklera [1, 3, 7]. W oddziaływaniu koła z drogą uwzględniamy więzy jednostronne (rys. 4 linia przerywana)

#### 4. Równanie ruchu i jego rozwiązanie w przypadku modelowania bieżnika opony prostą belką Bernoulliego-Eulera

Równania drgań swobodnych w przypadku przyjętego modelu belki mają postać następującą:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + cy + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

$EI$  - sztywność na zginanie,  $P$  - siła obwodowa,  $c$  - współczynnik sprężystości boku opony,  $\rho$  - gęstość masy,  $A$  - przekrój poprzeczny pasa bieżnika.

Rozwiązanie równania (1) przyjmujemy w postaci falowej:

$$y(x, t) = B e^{ik(x-vt)}, \quad (2)$$

gdzie:

$B$  - amplituda fali,  $k$  - liczba falowa,  $v$  - prędkość fazowa fali,  $t$  - czas.

Podstawiając (2) do równania (1) i upraszczając je otrzymujemy:

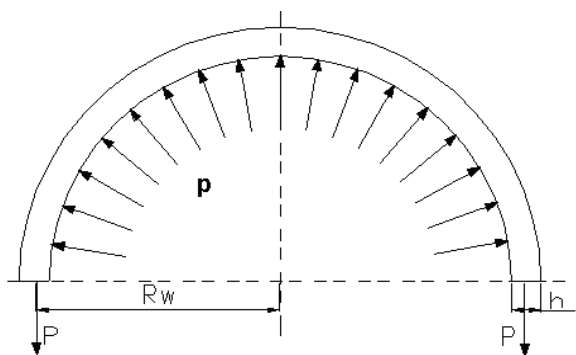
$$(EI k^4 + P k^2 - \rho A v^2 k^2 + c)(B e^{ik(x-vt)}) = 0. \quad (3)$$

Stąd równanie charakterystyczne ma postać:

$$EI k^4 + P k^2 - \rho A v^2 k^2 + c = 0. \quad (4)$$

Z powyższego równania wyznaczmy prędkość fazową fali w bieżniku opony. Aby określić parametry równania (4) należy wyznaczyć siłę obwodową działającą w oponie.

Siła obwodowa  $P$  w przekroju poprzecznym opony wywołana jest ciśnieniem wewnętrznym  $p$  oraz siłą odśrodkową działającą na elementy opasania i bieżnika. Siła wywołana ciśnieniem ma wartość stałą zależną od ciśnienia (oraz temperatury) w oponie, a siła odśrodkowa zależy od prędkości kątowej koła.



Rys. 5. Schemat rozkładu sił w oponie.

W takim przypadku

$$P = P_c + P_o \quad (5)$$

gdzie:

$P_c$  - siła obwodowa wywołana ciśnieniem,

$P_o$  - siła obwodowa wywołana przyśpieszeniem odśrodkowym,

oraz

$$P_c = R_w b p, \quad P_o = \frac{mv_l^2}{R_d}, \quad m = \rho A, \quad (6)$$

$R_w$  - promień wewnętrzny bieżnika,  $b$  - szerokość bieżnika,  $p$  - ciśnienie w oponie,  $R_d$  - promień dynamiczny opony,  $v_l$  - prędkość liniowa pojazdu,  $m$  - gęstość masy pasa opony

Przyjmujemy, że prędkość fazowa pojazdu jest równa prędkości liniowej. Dzięki temu otrzymujemy:

$$P_o = \frac{mv^2}{R_d} \quad (7)$$

Po podstawieniu zależności (5, 6, 7) do równania (4) otrzymujemy zależność na prędkość fazową wyrażoną wzorem:

$$v = \sqrt{\frac{EIk^4 + P_c k^2 + c}{mk^2 \left(1 - \frac{1}{R_d}\right)}} \quad (8)$$

## 5. Rozwiązanie zagadnienia w przypadku wybranych opon samochodowych

### 5.1 Opona samochodu osobowego

Opona przyjęta do analizy (rys. 6) to typ Vivo firmy Dębica, posiadająca budowę radialną. Jest ona przeznaczona do samochodu osobowego klasy średniej, o rozmiarach: 175/65 R14 Seria 65 i symbolu prędkości T, umożliwiającą jazdę z prędkością 190 km/h. Maksymalne ciśnienie nominalne w oponie wynosi 0.25 MPa, a maksymalne obciążenie przenoszone 475 kg. Czoło osnowy opony składa się z warstwy kordu poliestrowego, warstwy kordu poliamidowego i dwóch warstw kordu stalowego, bok opony zbudowany jest z jednej warstwy kordu poliestrowego.



Rys. 6. Opona samochodu osobowego Dębica Vivo.

Przyjmujemy następujące parametry materiału opony modelowanej belką Bernoulliego-Eulera  $h=0.014$  [m];  $b=0.175$  [m];  $E=4.5 \cdot 10^8$  [Pa];  $\rho = 1700$  [kg/m<sup>3</sup>];  $c=50000$  [N/m<sup>2</sup>];  $R_d = 0.288$  [m]

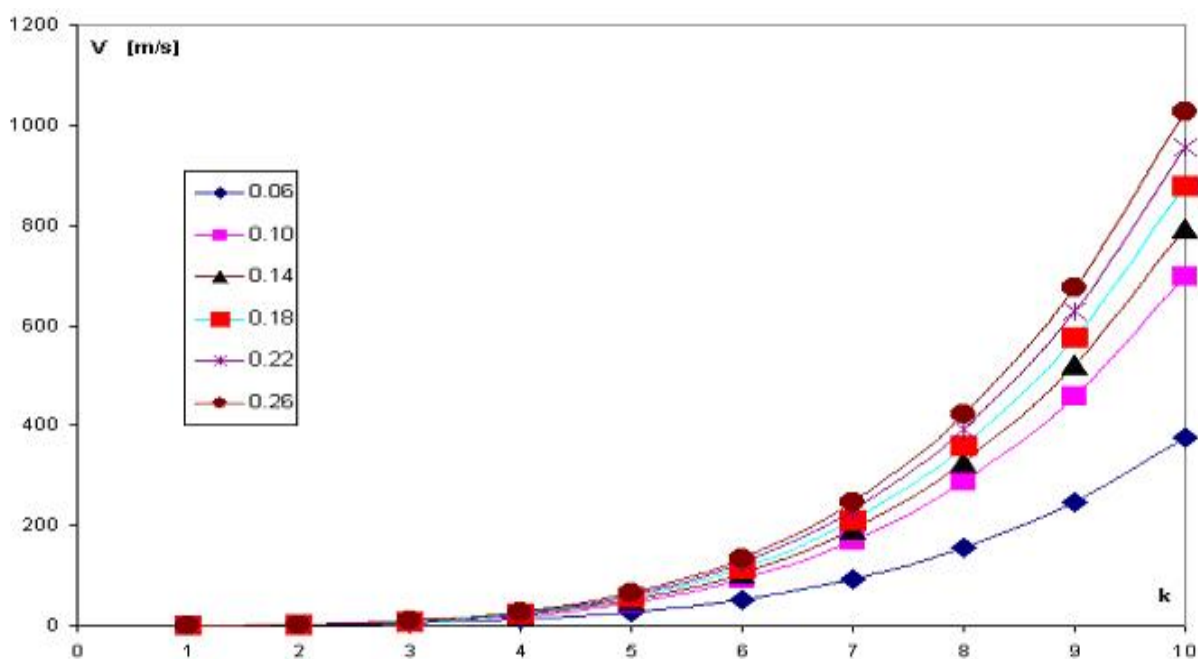
Zatem pole przekroju i moment bezwładności przekroju wynoszą:

$$A = 2,48 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}, \quad I = 4.04 \cdot 10^{-8} \text{ [m}^4\text{]}. \quad (9)$$

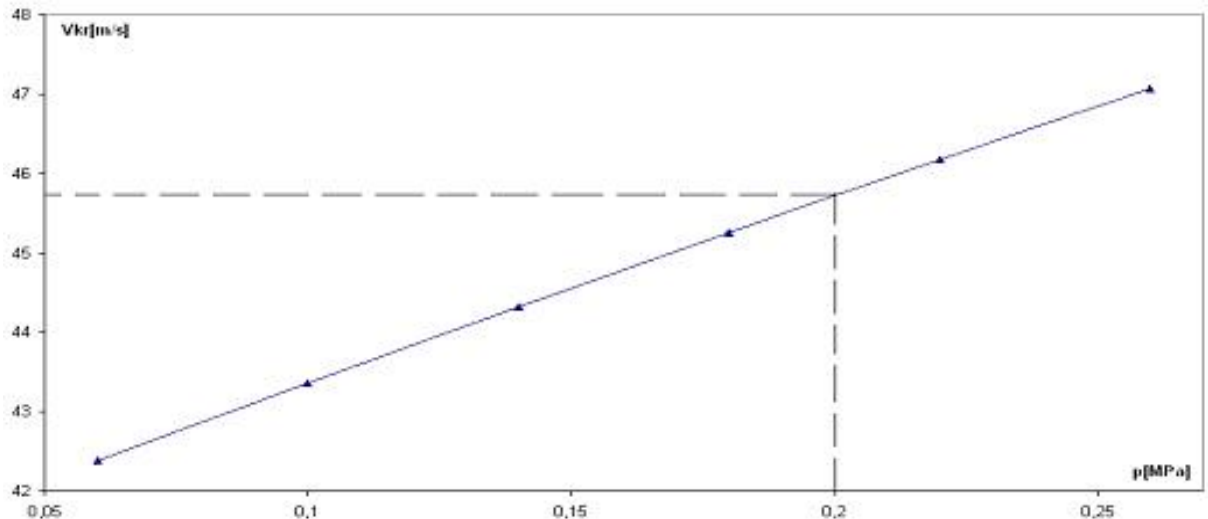
Przy powyższych parametrach prędkość propagacji fali określimy następująco:

$$v = \sqrt{\frac{18.02k^4 + P_C k^2 + 50000}{10.29k^2}} \quad (10)$$

Na rysunku 7 przedstawiono zależność  $v=f(k)$  przy różnych wartościach ciśnienia w oponie. Rysunek 8 pokazuje  $V_{kr}$  prędkości krytycznej od ciśnienia oponie. Prędkość krytyczna została określona na podstawie ekstremum funkcji (10).



Rys. 7. Zależność prędkości fali  $v$  w funkcji liczby falowej  $k$  przy różnych wartościach ciśnienia  $p$  w oponie (0.06÷0.26 MPa).



Rys. 8. Zależność prędkości krytycznej  $V_{kr}$  od nadciśnienia  $p$  w oponie

## 5.2 Opona samochodu ciężarowego

Do dalszej analizy przyjęto oponę wyprodukowaną przez firmę Dębica o nazwie handlowej 4 EVER D 640. Opona ta ma następujące wymiary: 315/80 R 22.5 TL oraz indeks prędkości L (do 120 km/h). Jest to opona przeznaczona na oś kierowaną pojazdu, ma drogową rzeźbę bieżnika (D), konstrukcję radialną (R) i budowę całostalową (TREAD 5 PILES STEEL CORD). Oznacza to, że w czoło osnowy składa się z 5 warstw kordu stalowego. Maksymalne ciśnienie to 0,85 Mpa, maksymalne obciążenie przeniesione przez tę oponę w układzie pojedynczym (indeks-154) wynosi 3750 kg, a w układzie podwójnym (koła bliźniacze; indeks-150) 3350 kg.



Rys. 9. Opona samochodu ciężarowego Dębica 4ever D640.

Przyjmujemy następujące parametry materiału opony modelowanej belką Bernoulliego-Eulera:  $h=0.039$  [m];  $b=0.175$  [m];  $E=6.5 \cdot 10^8$  [Pa];  $\rho = 2200$  [kg/m<sup>3</sup>];  $c=750000$  [N/m<sup>2</sup>];  $R_d = 0.45$  [m]

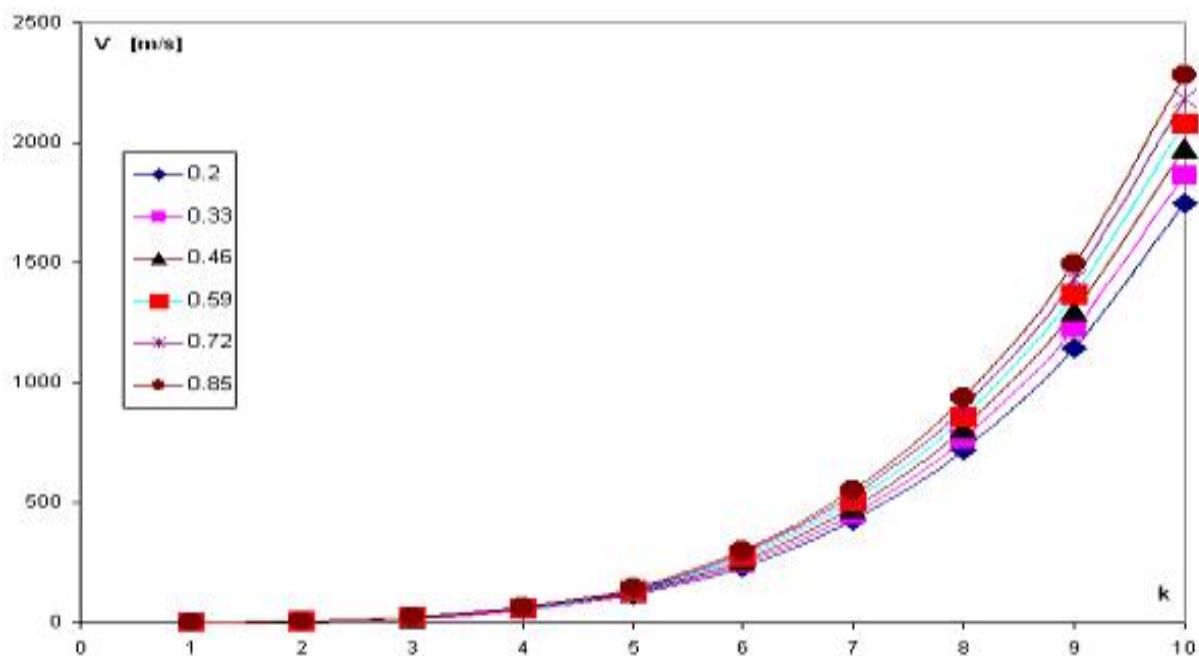
Zatem pole przekroju i moment bezwładności przekroju wynoszą:

$$A = 12,28 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]} \quad I = 1.55 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^4\text{]} \quad (11)$$

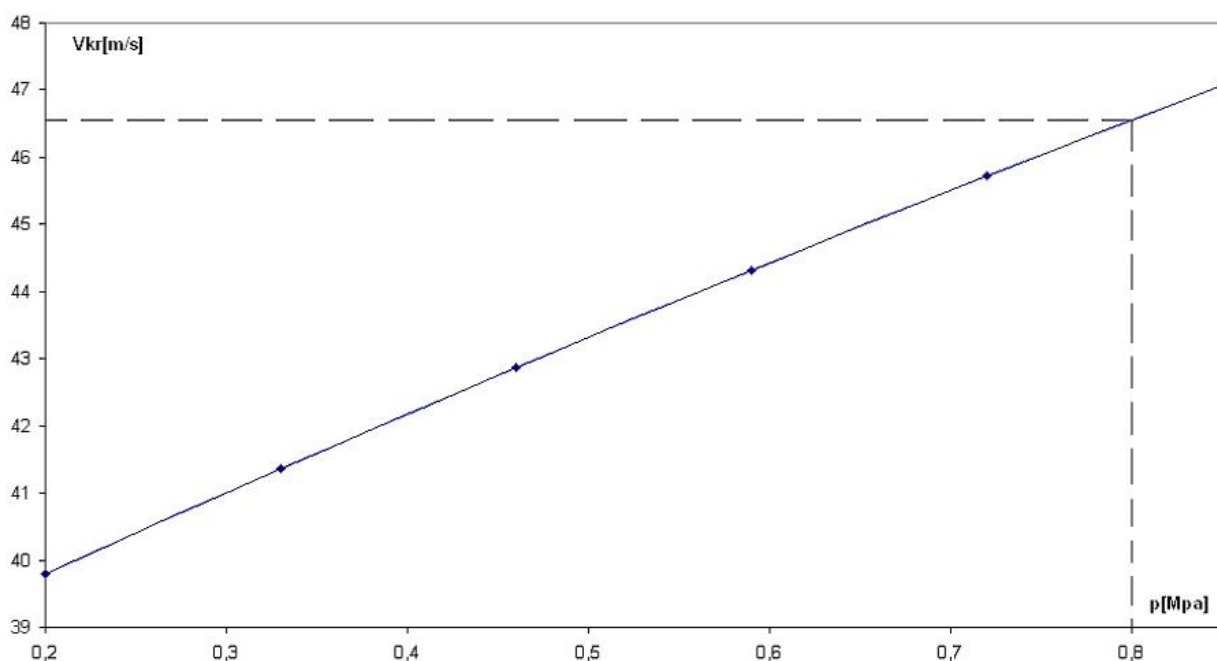
przy powyższych parametrach prędkość wyrazi się:

$$v = \sqrt{\frac{1012k^4 + P_C k^2 + 750000}{33.03k^2}} \quad (12)$$

Na rysunku 10 przedstawiona została zależność  $v=f(k)$ , przy różnych wartościach ciśnienia w oponie. Rysunek 11 przedstawia zależność  $V_{kr}$  prędkości krytycznej od ciśnienia. Prędkość krytyczna została określona w ekstremum funkcji (12).



Rys. 10. Zależność prędkości fali  $v$  w funkcji liczby falowej  $k$  przy różnych wartościach ciśnienia  $p$  w oponie (0.2÷0.85 MPa).



Rys. 11. Zależność prędkości krytycznej  $V_{kr}$  od nadciśnienia  $p$  w oponie

## 6. Wnioski

W niniejszej pracy opona została opisana modelem prostej belki Bernoulliego-Eulera. Model ten był uproszczony, aby ukazać wszystkie zjawiska występujące podczas ruchu opony po powierzchni jezdni. W pracy pominięto wpływ obciążenia pojazdu, zaniebano zjawiska tarcia. Praca miała na celu przedstawienie metody analitycznej określania wpływu wybranych parametrów ogumienia na własności trakcyjne, a w szczególności na prędkość propagacji fali bieżącej.

W wyniku rozważań analitycznych określono wpływ wybranych parametrów na prędkość propagacji fali bieżącej w oponie. Wykazano, że wzrost ciśnienia powoduje wzrost prędkości krytycznej, a to z kolei wzrost amplitudy fali bieżącej. I tak w przypadku opony pojazdu osobowego prędkość dopuszczalna podana w indeksie prędkości (symbol T) wynosi 190 km/h. Przy znormalizowanym ciśnieniu 0.2 MPa sprężysta fala bieżąca ma prędkość 162 km/h (rys. 8). Na podstawie tych danych możemy stwierdzić, że albo dopuszczalna prędkość określona przez producenta jest zbyt duża, modelowanie jest zbyt uproszczone lub przyjęte parametry nie są odpowiednie. W przypadku ogumienia pojazdu ciężarowego prędkość fali bieżącej jest w przybliżeniu dwukrotnie większa niż prędkość dopuszczalna ustalona przez producenta. Jest ona wywołana większą wartością ciśnienia w oponie.

Innym parametrem mającym wpływ na prędkość propagacji fali bieżącej jest moduł Younga. Jego wzrost zwiększa prędkość krytyczną. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku momentu bezwładności przekroju. Zwiększenie sztywności materiału opony również wpływa na wzrost prędkości propagacji fali bieżącej. Widoczne jest to w przypadku opony pojazdu ciężarowego,

w której, jak już wspomniano wcześniej, sprężysta fala bieżąca ma znacznie większą prędkość od dopuszczalnej prędkości jazdy.

Kolejnym parametrem mającym wpływ na prędkość propagacji fali w oponie jest jej gęstość masy, a dokładniej gęstość masy pasa opony modelowanego belką Bernoulliego-Eulera. Wzrost gęstości masy powoduje nie tylko zmniejszenie prędkości krytycznej fali bieżącej, ale również wzrost siły odśrodkowej i w konsekwencji wzrost siły napinającej pas. Zwiększa to prędkość propagacji fali sprężystej przy wzroście prędkości jazdy.

Rozpatrywany model opony stanowi wstępną analizę zachodzących zjawisk i pozwala na ocenę wpływu wybranych parametrów ogumienia pojazdów samochodowych. Porównując otrzymane wyniki z wynikami badań doświadczalnych otrzymanymi [2] należy zauważyć ich jakościową zgodność. Analizując wyniki autorów cytowanej pracy nasuwają się następujące wnioski. W miarę wzrostu prędkości obrotowej koła następuje promieniowe zwiększenie wymiaru opony zwiększające siłę i powierzchnię styku opony z bębniem. Efekt ten powoduje zwiększenie tarcia, a to wywołuje wzrost temperatury opony. Osiągając prędkość krytyczną, przed powierzchnią kontaktu powstają fale o względnie małych amplitudach i małych długościach, znikające szybko wraz ze wzrostem odległości od krawędzi styku. Fale bieżące o większych amplitudach powstają za obszarem kontaktu z podłożem. Amplitudy tych fal maleją w miarę zwiększania odległości od punktu styku. Wzrost prędkości jazdy zwiększa wartość amplitud i długość fal. Wówczas temperatura opony rośnie a to może prowadzić do zniszczenia opony.

## Literatura

- [1] Bogacz R., Kocjan M., Kurnik W.: Drgania obręczy koła poddanego wymuszeniu ruchomą siłą oscylacyjną. VII Warsztaty Naukowe PTSK. Symulacja w badaniach i rozwoju. Gdańsk 2001.
- [2] Chatterjee A., Cusumano J.P., Zolock J.D.: On contact- induced standing waves in rotating tires: eksperyment and theory. *Jurnal of Sound and Vibration*, 5(227), 1999.



- [3] Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z.: Wytrzymałość materiałów tom I, Wydawnictwa Naukowo Techniczne. Warszawa, 1996.
- [4] Fundowicz P.: Model współpracy opony z nawierzchnią z uwzględnieniem zjawiska aquaplaningu. Zeszyt Instytutu Pojazdów. 38(2), Warszawa, 2000.
- [5] Guzik H., Suchecki B.: Ogumienie. WKŁ, Warszawa, 1991.
- [6] Jaworski J.: Ogumienie pojazdów samochodowych. WKŁ, Warszawa, 1987.
- [7] Nowacki W.: Mechanika budowli. Wyd. IV PWN, Warszawa, 1976.
- [9] PN – 85/C – 94300/002 Ogumienie. Podział, oznaczenie i wytyczne cechowania opon, z wyjątkiem opon do rowerów i motorowerów.
- [10] PN – 93/C – 94300/008 Ogumienie. Definicje niektórych terminów używanych w przemyśle.

### **Streszczenie**

Praca dotyczy analizy wybranych efektów falowych powstających w kole ogumionym przy dużych prędkościach. Przypadek generowania i propagacji fali bieżącej występuje podczas toczenia się opony pojazdu drogowego po nawierzchni (drodze). Na skutek propagacji fal w kierunku obwodowym koła powstają promieniowe i obwodowe odkształcenia bieżnika opony. Deformacje bieżnika wpływają negatywnie na trwałość opon oraz bezpieczeństwo jazdy. W pracy wyznaczono analitycznie prędkość krytyczną fali w przypadku wybranych modeli opon. Prędkość krytyczną odniesiono do dopuszczalnych prędkości, podanych przez producentów.

## **SELECTED WAVE PHENOMENA IN WHEEL/TIRE**

### **Summary**

The paper presents analytical modeling of wave phenomena in wheel tire in high speeds. Generation and propagation of running waves in tire influence the amplitude increase of radial and circumferential oscillations in tire tread. Oscillations can increase the wear of tire. In the same time the wear considerably negatively influences the safety. In the paper the critical wave velocity for selected tire models was determined. It was related to the speed limit delivered by manufacturers.