

Niezawodność dużych nieliniowych układów konstrukcyjnych – wybrane studium

ELIGIUSZ POSTEK
MICHAŁ KLEIBER

W artykule przedstawiono sposób postępowania podczas szacowania niezawodności dużych nieliniowych układów konstrukcyjnych. Nacisk położono na zastosowanie metody różniczkowania bezpośredniego (DDM). Jako przykład wybrano żelbetową konstrukcję budynku ostonowego reaktora nuklearnego.

Niezawodność – algorytm

Zapisując proces stochastyczny jako wektor zmiennych losowych \mathbf{X} , którego specyficzną realizacją jest wektor $\mathbf{x} = \{\mathbf{x}^u, \mathbf{x}^\sigma\}$, gdzie \mathbf{x}^u i \mathbf{x}^σ są wektorami parametrów rozkładów prawdopodobieństwa, określimy funkcję zniszczenia jako $g(\mathbf{x}) = 0$. Po dokonaniu transformacji zmiennych \mathbf{x} do układu zmiennych standaryzowanych \mathbf{u} przy zastosowaniu transformacji Rosenblatta $\mathbf{x} = \mathbf{T}(\mathbf{u})$ definicja indeksu niezawodności ma postać [1]:

$$\beta = \|\mathbf{u}^*\| = \min \|\mathbf{u}\| \text{ pod warunkiem } g(\mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

Istnieje kilka metod obliczania wskaźnika niezawodności, np. metoda R-F [2].

Zapisując występującą w równaniu (1) funkcję g jako zależną od wektora parametrów stochastycznych $\mathbf{x}(\mathbf{u})$ oraz wektora przemieszczeń lub naprężeń ψ zależnych również od \mathbf{x} , otrzymamy jej postać

$$g\{\mathbf{x}(\mathbf{u}), \Psi[\mathbf{x}(\mathbf{u})]\} = 0 \quad (2)$$

Pierwsza pochodna funkcji zniszczenia g względem wektora zmiennych standaryzowanych \mathbf{u} ma postać

$$\frac{dg}{d\mathbf{u}} = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial g}{\partial \psi} \frac{d\Psi}{d\mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{u}} \quad (3)$$

Pochodne $\partial g/\partial \psi$ i $\partial g/\partial \mathbf{u}$ mogą być zazwyczaj obliczone w sposób jawny. Pochodne $\partial \mathbf{x}/\partial \mathbf{u}$ są obliczane ze związku $\mathbf{x} = \mathbf{T}(\mathbf{u})$. Pochodne $d\Psi/d\mathbf{x}$ są wrażliwościami (pochodnymi projektowymi). Dla

Dr Eligiusz Postek i prof. dr hab. Michał Kleiber są pracownikami Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN.

omawianego przypadku obliczane one są metodą przedstawioną w następnym punkcie. W tym przypadku metodą różniczkowania bezpośredniego [3, 4].

DDM dla konstrukcji żelbetowych

• Sformułowanie problemu

Weźmy pod uwagę funkcję określoną w obszarze Ω oraz na jego brzegu $\partial\Omega_\sigma$, spełniającą przemieszczeniowe i naprężeniowe warunki brzegowe. Funkcja ta zależy od naprężeń σ i przemieszczeń w węzłach \mathbf{q} . Zarówno naprężenia, jak i przemieszczenia są zależne niejawnie od zmiennej h i są obliczone w chwili $t + \Delta t$ (tj. na końcu kroku). Funkcja ta ma następującą postać:

$${}^{t+\Delta t}\Phi(\sigma, \mathbf{q}; h) = \int_{\Omega^t} G({}^{t+\Delta t}\sigma, {}^{t+\Delta t}\mathbf{q}; h) d\Omega^t + \int_{\partial\Omega_\sigma^t} g({}^{t+\Delta t}\mathbf{q}; h) d(\partial\Omega_\sigma^t) \quad (4)$$

gdzie $t + \Delta t$ oznacza koniec kroku czasowego. Przyrostowe równanie równowagi, zapisane w uaktualnionej konfiguracji *Lagrange'a*, ma następującą postać:

$$\int_{\Omega^t} \mathbf{B}_L^T \Delta\sigma d\Omega^t = \Delta\mathbf{Q} \quad (5)$$

gdzie \mathbf{B}_L jest takim liniowym operatorem, że $\mathbf{B}_L \Delta\mathbf{q}$ oznacza przyrost odkształceń (jego część liniową), $\Delta\sigma$ jest przyrostem naprężeń oraz $\Delta\mathbf{Q}$ jest przyrostem sił zewnętrznych.

Celem analizy wrażliwości jest obliczenie pochodnej funkcji (4) względem parametru projektowego h , nazywanej dalej pochodną projektową, jak następuje:

$$\frac{d{}^{t+\Delta t}\Phi}{dh} = \int_{\Omega^t} \left[\frac{\partial G}{\partial \sigma} \frac{d{}^{t+\Delta t}\sigma}{dh} + \frac{\partial G}{\partial \mathbf{q}} \frac{d{}^{t+\Delta t}\mathbf{q}}{dh} + \frac{\partial G}{\partial h} \right] d\Omega^t + \int_{\partial\Omega_\sigma^t} \left[\frac{\partial g}{\partial \mathbf{q}} \frac{d{}^{t+\Delta t}\mathbf{q}}{dh} + \frac{\partial g}{\partial h} \right] d(\partial\Omega_\sigma^t) \quad (6)$$

W dalszym ciągu weźmiemy pod uwagę szczególny przypadek funkcji (4) w postaci ograniczenia przemieszczeniowego jako:

$$\Phi = |q| - q^a < 0 \quad (7)$$

gdzie q jest wybranym przemieszczeniem, zaś q^a jego wielkością dopuszczalną.

• Metoda różniczkowania bezpośredniego

Celem naszym jest otrzymanie przyrostu pochodnej funkcji (4) względem parametru projektowego. Zatem dokonamy różniczkowania równania równowagi (5), otrzymując:

$$\int_{\Omega^t} \mathbf{B}_L^T \frac{d\Delta\sigma}{dh} d\Omega^t = \frac{\partial \Delta\mathbf{Q}}{\partial h} \quad (8)$$

W celu obliczenia pochodnej projektowej przyrostu naprężenia $\Delta\sigma$ weźmiemy pod uwagę jawnie całkowane równanie konstytutywne, w którym przyrost odkształceń $\Delta\epsilon$ i macierz sprężysto-plastyczna $\mathbf{C}^{(e-p)}$ zależą od zmiennej projektowej h . Macierz sprężysto-plastyczna jest równocześnie funkcją całkowitych naprężeń σ i wektora zmiennych wewnętrznych γ . Obydwie wspomniane wielkości są znane w chwili t (tj. na początku kroku). Zatem przyrost naprężenia zapiszemy następująco:

$$\Delta\sigma = \mathbf{C}^{(e-p)}(t, \sigma, \gamma, h) \Delta\epsilon(h) \quad (9)$$

Po dokonaniu różniczkowania równania (9) otrzymujemy następujący związek na pochodną projektową przyrostu naprężeń:

$$\frac{d\Delta\sigma}{dh} = \left(\frac{\partial \mathbf{C}^{(e-p)}}{\partial \sigma} \frac{d\sigma}{dh} + \frac{\partial \mathbf{C}^{(e-p)}}{\partial \gamma} \frac{d\gamma}{dh} + \frac{\partial \mathbf{C}^{(e-p)}}{\partial h} \right) \Delta\epsilon + \mathbf{C}^{(e-p)}(t, \sigma, \gamma, h) \frac{d\Delta\epsilon}{dh} \quad (10)$$

Po zastąpieniu występującego w równaniu (8) przyrostu pochodnej projektowej przez wyrażenie (10) otrzymamy równanie, z którego możemy wyznaczyć pochodną projektową przyrostu przemieszczeń:

$$\left(\int_{\Omega^t} \mathbf{B}_L^T \mathbf{C}^{(e-p)} \mathbf{B}_L d\Omega^t \right) \frac{d\Delta\mathbf{q}}{dh} = \frac{\partial \Delta\mathbf{Q}}{\partial h} - \int_{\Omega^t} \mathbf{B}_L^T \frac{d\Delta\sigma}{dh} \Big|_{\Delta\mathbf{q}(h)=const} d\Omega^t \quad (11)$$

Pierwszy człon powyższego równania (11) (w nawiasach okrągłych) jest styczną macierzą sztywności (sprężysto-plastyczną), a ostatni jest pochodną projektową przyrostu wektora sił wewnętrznych obliczaną przy założeniu, że przyrost wektora przemieszczeń nie zależy od zmiennej projektowej h . Po rozwiązaniu równania (11) względem przyrostu pochodnych projektowych należy je – zgodnie z duchem podejścia UL – akumulować tak jak przyrosty naprężeń i zmiennych wewnętrznych.

• Przykładowy model konstytutywny – analiza wrażliwości

Zaprezentujemy zarys algorytmu obliczania wrażliwości dla modelu konstytutywnego mającego zastosowanie w konstrukcjach żelbetowych. Weźmiemy pod uwagę model konstytutywny *Chana-Scordelisa* [5, 6] dla betonu oraz model sprężysto-plastyczny z izotropowym wzmocnieniem dla stali zbrojeniowej.

Głównym założeniem modelu jest koncepcja jednoosiowych odkształceń, która pozwala opisać zachowanie materiału w osiach kierunków głównych poprzez związki opisujące jego stan. Możliwe stany materiału to ściskanie-ściskanie, ściskanie-rozciąganie, rozciąganie-rozciąganie. Opiszemy tu jedynie stan materiału dla ściskania w obu kierunkach. Równanie dla stanu jednoosiowego ściskania jest opisane równaniem Saenza [7]

$$\sigma_i = \frac{E_o \epsilon_{iu}}{1 + \left(\frac{E_o}{E_s} - 2 \right) \left(\frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}} \right) + \left(\frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}} \right)^2}$$

$$E_i = \frac{E_o \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}} \right)^2 \right]}{\left[1 + \left(\frac{E_o}{E_s} - 2 \right) \frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}} + \left(\frac{\epsilon_{iu}}{\epsilon_{ic}} \right)^2 \right]^2} \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

W równaniu powyższym E_o jest początkowym modułem Younga, E_s jest modułem siecznym, ϵ_{iu} są zastępczymi odkształceniami jednoosiowymi, ϵ_{ic} są maksymalnymi odkształceniami jednoosiowymi, zaś σ_{ic} są maksymalnymi naprężeniami jednoosiowymi. Związki dla σ_{ic} i ϵ_{ic} dla stanu ściskanie-ściskanie są zdefiniowane zgodnie z krzywą Kupfera-Gerstle'a [8]

$$\sigma_{2c} = \frac{1 + 3,65\beta}{(1 + \beta)^2} f_c, \quad \epsilon_{ic} = \epsilon_c \left(3 \frac{\sigma_{2c}}{f_c} - 2 \right),$$

$$\sigma_{1c} = \beta \sigma_{2c}, \quad (13)$$

$$\epsilon_{2c} = \epsilon_c \left[-1,6 \left(\frac{\sigma_{1c}}{f_c} \right)^3 + 2,25 \left(\frac{\sigma_{1c}}{f_c} \right)^2 + 0,35 \left(\frac{\sigma_{1c}}{f_c} \right) \right]$$

gdzie β jest stosunkiem naprężeń głównych σ_1/σ_2 . Postać prawej strony równania (11), właściwa dla żelbetu w płaskim stanie naprężenia, przyjmuje postać:

$$\frac{d\Delta\mathbf{F}}{dh} \Big|_{\Delta\mathbf{q}(h)=const} = \left(\int_{\Omega^t} \mathbf{B}_L^T \frac{d\mathbf{C}(E_1, E_2, \nu)}{dh} d\Omega^t \right) \Delta\mathbf{q} + \left(\int_{\Omega^t} \mathbf{B}_L^T \frac{d\mathbf{C}^{(e-p)}}{dh} d\Omega^t \right) \Delta\mathbf{q} \quad (14)$$

W powyższym równaniu (14) \mathbf{C} jest macierzą konstytutywną dla materiału ortotropowego zależącą od aktualnych modułów w kierunkach głównych, zaś $\mathbf{C}^{(e-p)}$ jest macierzą sprężysto-plastyczną dla stali zbrojeniowej będącej w jednoosiowym stanie naprężenia. W celu obliczenia pochodnej projektowej przyrostu wektora sił wewnętrznych (11) należy znać pochodne modułów stycznych zależące od stanu materiału, tj. całkowitych naprężeń i odkształceń oraz ich pochodnych. Przyrost naprężenia w kierunku i może być wyrażony następująco:

$$\Delta\sigma_i = E_i(\epsilon_{iu}, \epsilon_{ic}(\beta, h), \epsilon_{ic}(\beta, h)) \Delta\epsilon_{iu} \quad (15)$$

Pochodna projektowa przyrostu naprężenia (15) przybiera postać:

$$\frac{d\Delta\sigma_i}{dh} = E_i \frac{d\Delta\epsilon_{iu}}{dh} + \frac{dE_i}{dh} \Delta\epsilon_{iu} \quad (16)$$

Pochodna projektowa modułu stycznego ma postać:

$$\frac{dE_i}{dh} = \frac{\partial E_i}{\partial \epsilon_{iu}} \frac{d\epsilon_{iu}}{dh} + \frac{\partial E_i}{\partial \epsilon_{ic}} \left(\frac{\partial \epsilon_{ic}}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial h} + \frac{\partial \epsilon_{ic}}{\partial h} \right) + \frac{\partial E_i}{\partial \sigma_{ic}} \left(\frac{\partial \sigma_{ic}}{\partial \beta} \frac{d\beta}{dh} + \frac{\partial \sigma_{ic}}{\partial h} \right) + \left(\frac{\partial E_i}{\partial h} \right) \quad (17)$$

Pochodne cząstkowe występujące w równaniu (17) dla stanu ściskanie-ściskanie mogą być otrzyma-

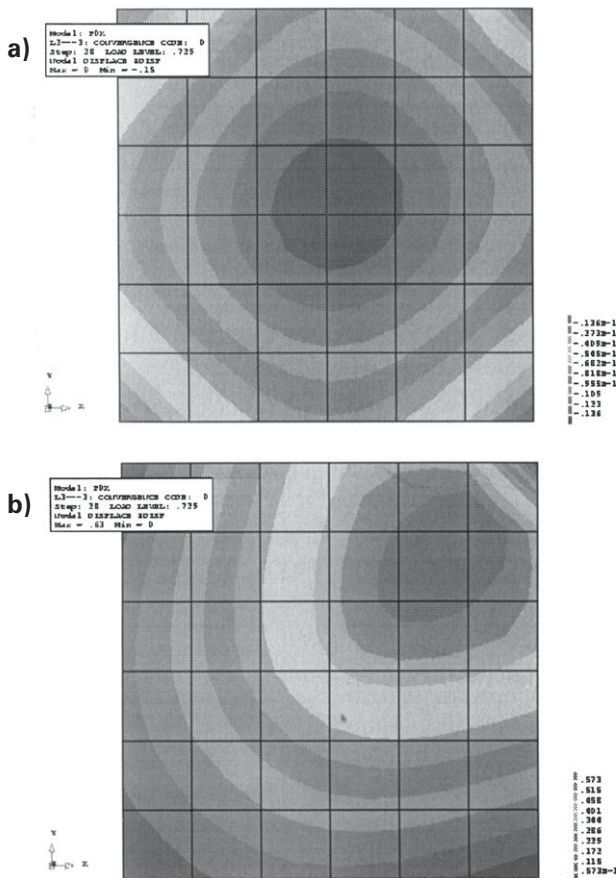
ne drogą różniczkowania równań krzywej Kupfera i Gerstle'a (12, 13), natomiast pochodne zwyczajne muszą być akumulowane w czasie.

Analiza konstrukcji

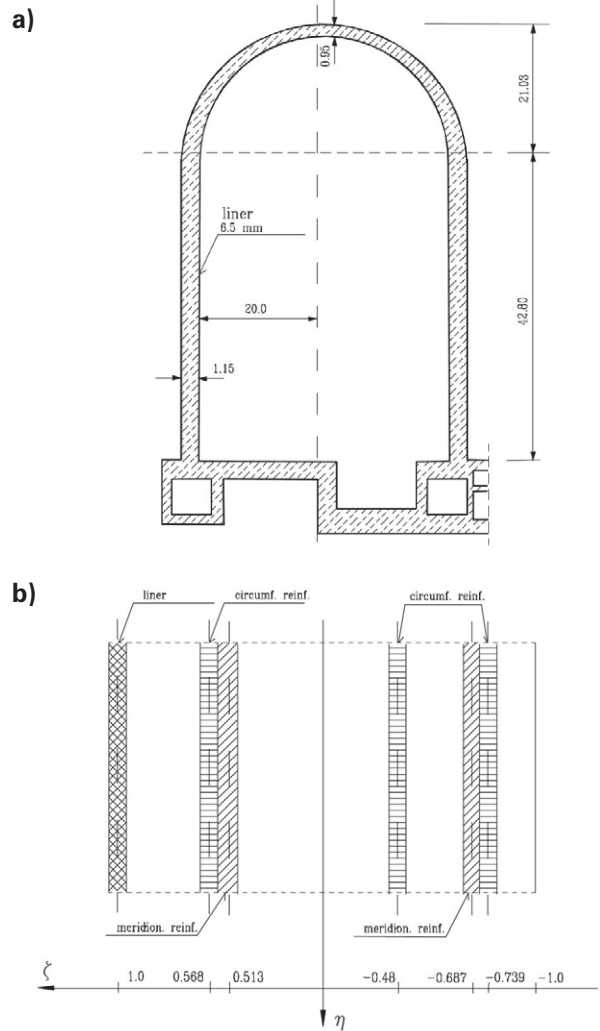
● Płyta McNeice [9]

Pierwszym przykładem jest płyta *McNeice* o wymiarach 36 x 36. Grubość zastępcza warstwy zbrojenia (ortotropowego) wynosi 0,11. Odległość tej warstwy od dolnej powierzchni płyty wynosi 0,44. Początkowy moduł *Younga* dla betonu równa się $4,15 \cdot 10^6$. Granica wytrzymałości na ściskanie wynosi $5,5 \cdot 10^3$. Moduł *Younga* dla stali równa się $2,9 \cdot 10^7$. Granica plastyczności wynosi $6,0 \cdot 10^4$. Płyta jest obciążona w środku jej rozpiętości siłą skupioną równą 5000 oraz punktowo podparta w narożach. Układ jest zdyskretyzowany 36 izoparametrycznymi, dziewięciowęzłowymi, warstwowymi, płytowo-powłokowymi elementami typu Ahmada [10] (rys. 1).

Układ stochastyczny składa się z czterech parametrów projektowych związanych ze zbrojeniem oraz mnożnika obciążenia. Zmienne stochastyczne zostały zdefiniowane jako grubości warstw w czterech ćwiartkach płyty. Podlegają one rozkładom normalnym o odchyleniach standardowych, kolejno (przeciwnie do ruchu wskazówek zegara licząc od lewego dolnego rogu), 5%, 10%, 10% oraz 15%. Mnożnik obciążenia podlega rozkładowi logarytmiczno-normalnemu, którego odchylenie standardowe wynosi 20%. Ograniczeniem projektowym jest



Rys. 1. Płyta *McNeice*: a) pole przemieszczeń, b) pole wrażliwości przemieszczeń; parametr projektowy – grubość warstwy zbrojenia znajdującego się w elementach w prawej górnej ćwiartce płyty



Rys. 2. Konstrukcja budynku osłonowego: a) przekrój poprzeczny, b) typowy przekrój ściany

warunek nieprzekraczalności pionowego przemieszczenia punktu środkowego płyty, którego wartość wynosi 0,16.

Rys. 1a przedstawia pole przemieszczeń, zaś 1b pole wrażliwości przemieszczeń, gdy parametrem projektowym jest grubość warstwy zbrojenia znajdującego się w prawej, górnej ćwiartce płyty. Pola przedstawione na rys. 1a i b odpowiadają maksymalnemu przemieszczeniu osiągniętemu w analizie deterministycznej wynoszącemu 0,15 dla poziomu 73% całkowitego obciążenia.

Dla tak zdefiniowanego układu stochastycznego wskaźnik niezawodności β wynosi 4,283, zaś odpowiadające mu prawdopodobieństwo awarii $9,2376 \cdot 10^{-6}$.

● Budynek osłonowy

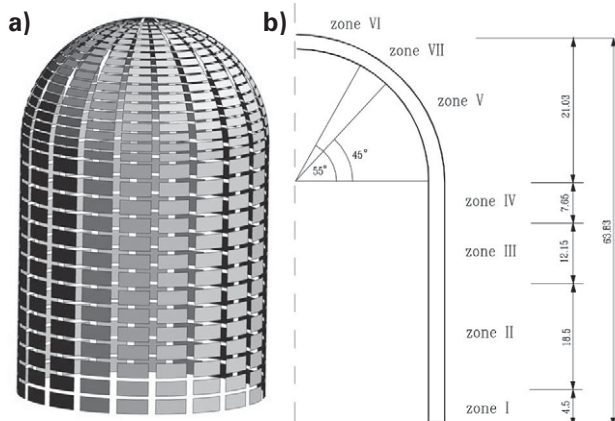
Następnym przykładem jest badanie niezawodności układu konstrukcyjnego budynku osłonowego reaktora. Schemat konstrukcji przedstawiony jest na rys. 2. Konstrukcja składa się z cylindra o promieniu 20 m oraz kopuły. Wysokość całej konstrukcji wynosi 64 m. Schemat dyskretyzacji konstrukcji 640 elementami skończonymi, takimi jak użyte w poprzednim przykładzie, podano na rys. 3. Zastosowano równy podział 20 elementami na obwodzie. Strefę I podzielono na 40 elementów, II na 120 elementów, III na 80 ele-

mentów, IV na 40 elementów, V na 180, VI na 120 i VII na 40 elementów. Liczba węzłów wynosi 2600, zaś liczba stopni swobody 12 800. Konstrukcja jest sprężona układem cięgien. Wpływ sprężenia został zastąpiony oddziaływaniem ciśnienia zewnętrznego, którego rozkład jest w przybliżeniu zgodny z układem zbrojenia, lecz pewnymi odstępstwami. Ciśnieniem 544 kN/m² obciążono, licząc od podstawy, 160 pierwszych elementów, 60 następnym obciążono ciśnieniem 534 kN/m², a 260 kolejnych elementów ciśnieniem 640 kN/m². Elementy górnej części kopuły są obciążone ciśnieniami 600 kN/m² (pierwsze 120 od góry) i 720 kN/m² następne 40 elementów. Dane dotyczące grubości i układu poszczególnych warstw zbrojenia podane zostały w pracy [11]. Moduł sprężystości stali płaszczka wewnętrznego i zbrojenia wiotkiego wynosi $2,1 \cdot 10^8$ kN/m², zaś zbrojenia sprężającego jest równy $2,025 \cdot 10^8$ kN/m². Granice plastyczności dla stali płaszczka, zbrojenia miękkiego i sprężającego wynoszą odpowiednio $1,68 \cdot 10^5$ kN/m², $4,2 \cdot 10^5$ kN/m² i $3,2 \cdot 10^5$ kN/m². Moduł wzmocnienia dla wszystkich rodzajów stali wynosi $1,0 \cdot 10^7$ kN/m². Początkowy moduł Younga dla betonu wynosi $3,0 \cdot 10^7$ kN/m², wytrzymałość na ściskanie jest równa $3,2 \cdot 10^4$ kN/m² i wytrzymałość na rozciąganie wynosi $3,2 \cdot 10^3$ kN/m².

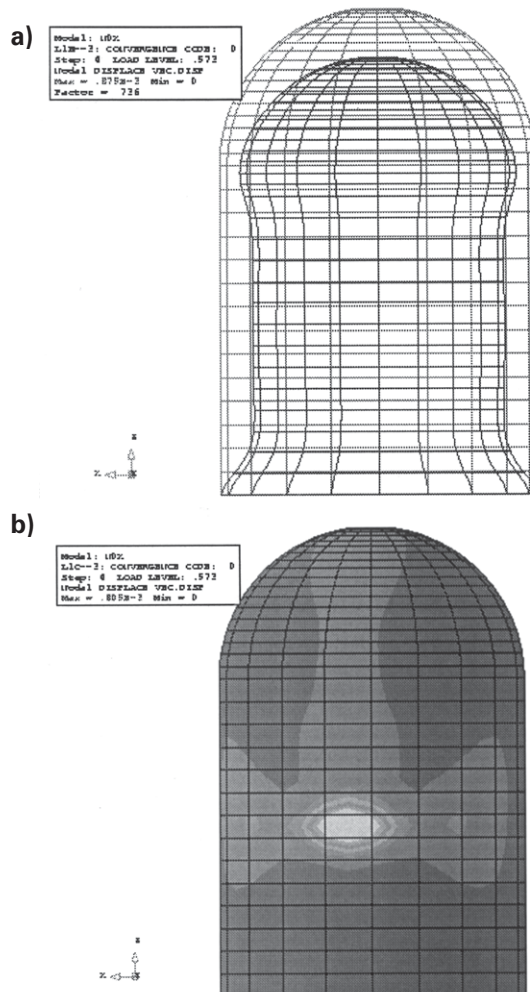
Celem analizy jest określenie niezawodności układu z uwzględnieniem warunku ograniczenia przemieszczeń. Konstrukcja badana jest w zakresie nieliniowym. Dla betonu został przyjęty wyżej opisany model konstytutywny, a dla stali przyjęto model materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem. Aspekty analizy równowagi układu, analizy wrażliwości oraz niezawodności metodą *Monte-Carlo* zostały opisane w pracach [12, 13, 14, 15].

Na początku przeprowadzona została analiza wrażliwości konstrukcji w zakresie obciążeń od fazy sprężenia, poprzez fazę wzrostu ciśnienia wewnętrznego, do jej zniszczenia. Parametrem projektowym jest grubość warstwy zbrojenia obwodowego, wewnętrznego w wybranym elemencie (141).

Wyniki analizy wrażliwości są przedstawione na rys. 4 i 5. Na rys. 4 przedstawione zostały kształt konstrukcji w fazie sprężenia oraz pole wrażliwości przemieszczeń dla wybranego parametru projektowego. Rys. 5 przedstawia kształt konstrukcji w fazie zniszczenia dla ciśnienia wewnętrznego wynoszącego 1064 kN/m² oraz przemieszczenia po-



Rys. 3. Podział na elementy skończone (a), strefy różnego zbrojenia (b)

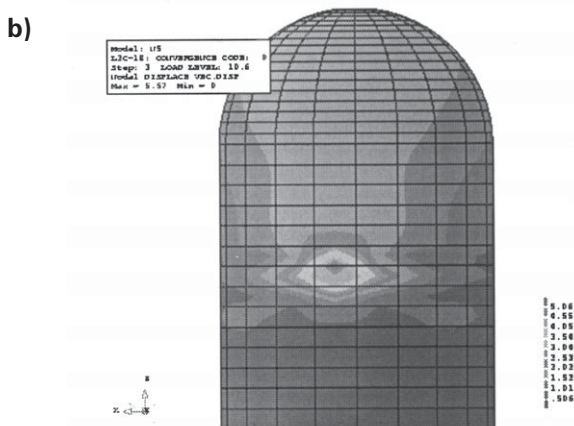
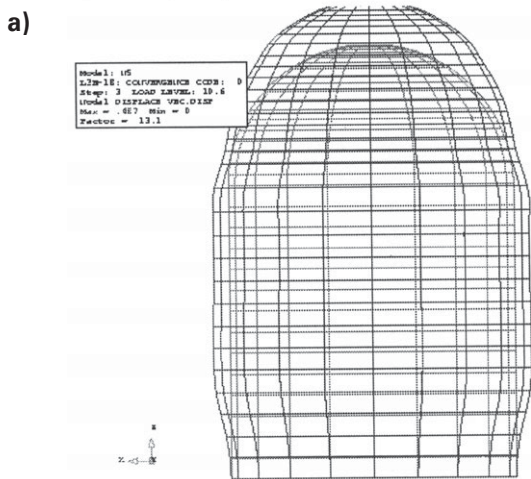


Rys. 4. Kształt konstrukcji: a) faza sprężenia, b) pole wrażliwości przemieszczeń; parametr projektowy – grubość warstwy zbrojenia, wewnętrznego – obwodowego w elemencie 141

ziomego punktu znajdującego się na środku powierzchni bocznej cylindra równego 0,174 m. Z lewej strony przedstawiono pole wrażliwości przemieszczeń dla tego samego parametru projektowego. Widoczna jest jakościowa różnica w rozkładach wrażliwości dla obu faz. W fazie sprężenia, gdy konstrukcja zachowuje się praktycznie rzecz biorąc liniowo, rozkłady gradientów wrażliwości są skoncentrowane w pobliżu badanego elementu, natomiast w fazie zniszczenia, gdy nieliniowe zachowanie materiału jest bardzo znaczące, wpływ zmiany grubości warstwy zbrojenia w badanym elemencie propaguje się na całą konstrukcję.

W dalszym ciągu przeprowadzona została analiza niezawodności układu. Parametrami projektowymi i losowymi są odległości całych warstw zbrojenia od powierzchni środkowej powłoki. Tym samym układ stochastyczny składa się z 6 parametrów związanych ze zbrojeniem oraz mnożnika obciążenia. Przyjęte zostały następujące odchylenia standardowe dla odległości warstw od powierzchni środkowej: 0,8%, 0,4%, 0,5%, 0,5%, 0,1%, 0,5% (rozkłady *Gausa*) oraz dla mnożnika obciążenia 20% (rozkład logarytmiczno-normalny).

Funkcja zniszczenia została przyjęta tak jak w poprzednim przykładzie. Ograniczenie nałożone zostało na przemieszczenie poziome punktu 651 znajdującego się w połowie wysokości cylindra i wynosi 0,035 m.



Rys. 5. Kształt konstrukcji: a) faza wzrostu ciśnienia wewnętrznego, b) pole wrażliwości przemieszczeń; parametr projektowy – grubość warstwy zbrojenia wewnętrznego – obwodowego w elemencie 141

Przemieszczenie deterministyczne dla ciśnienia wewnętrznego 415 kPa wynosi 0,186E-3 m. Otrzymany po 49 iteracjach wskaźnik niezawodności wynosi 6,561. Dla tego poziomu obciążenia na rys. 6 przedstawiony został kształt konstrukcji oraz pole wrażliwości przemieszczeń, gdy parametrem projektowym jest odległość wykładziny ochronnej (liner) od powierzchni środkowej we wszystkich elementach

Pełen przebieg analiz równowagi i wrażliwości dla fazy zniszczenia zajmuje około 20 godzin CPU komputera DEC APLHA (677 MHz, 4CPU), jedna iteracja programu niezawodnościowego dla badanego warunku projektowego zajmuje około 12 godzin CPU. Czas przebiegu modułu niezawodnościowego stanowi ułamek procentu całego procesu obliczeń. Dla porównania, podobne obliczenia (analiza równowagi) dla powyższego przykładu wykonane kilka lat temu na komputerze CRAY YMP4E zajmowały około 2 tygodni CPU i analiza niezawodności tego typu układów opisywaną metodą wówczas w zasadzie nie była możliwa.

Program komputerowy i uwagi końcowe

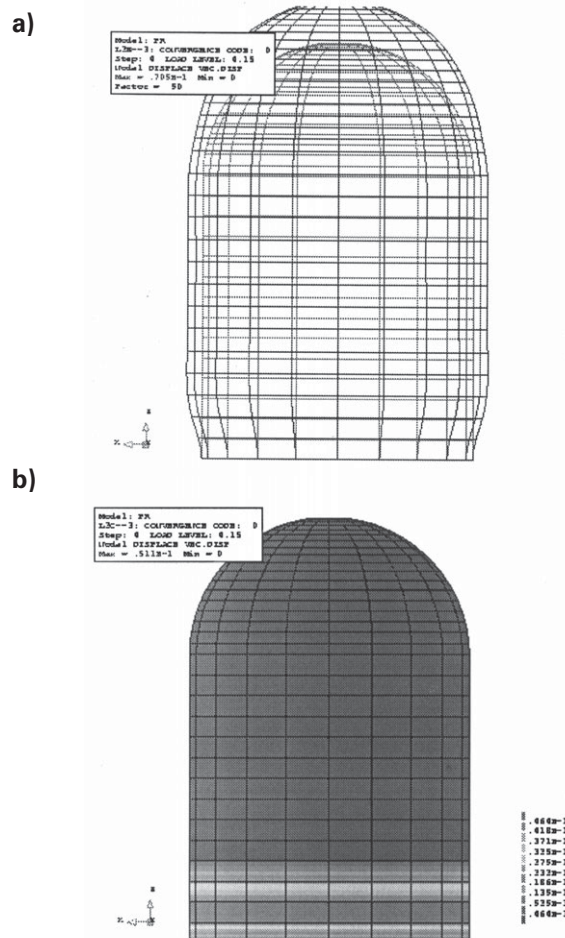
Program komputerowy składa się z dwóch modułów, modułu analizy niezawodności rozwiązującego problem przepisany równaniem (1) oraz modułu analizy równowagi rozwiązującego problem przepisany równaniem (5) z implementowaną analizą wrażliwości, potrzebną do obliczenia pochodnej funkcji zniszczenia względem zmiennych standary-

zowanych danej równaniem (3). Ogólne sformułowanie dla analizy wrażliwości dane jest równaniami (4) i (6). Moduł analizy niezawodności stanowi program COMREL-TI [15], zaś moduł analizy równowagi stanowi istotnie rozszerzony program NASHL [6] z implementowaną analizą wrażliwości. W opracowaniu do obliczeń wrażliwości zastosowana została metoda różniczkowania bezpośredniego użyta do analizy układów nieliniowych. Zastosowano ją dla niewielkiej liczby zmiennych projektowych. Do analizy niezawodności drugiego przykładu (w wersji liniowej), o dużej liczbie parametrów losowych (rzędu kilku tysięcy), do obliczeń pochodnych projektowych zastosowana została metoda zmiennej sprzężonej [11].

Autorzy dziękują firmie RCP GmbH w Monachium za dostarczenie programu COMREL, Universidad Politecnica de Catalunya w Barcelonie, gdzie powstał pomysł powyższego przykładu oraz Interdyscyplinarnemu Centrum Modelowania Matematycznego Uniwersytetu Warszawskiego, Centralnemu Ośrodkowi Informatyki i Instytutowi Techniki Ciepłej Politechniki Warszawskiej za użyczenie ich komputerów.

LITERATURA

1. Madsen H.O., Krenk S., Lind N.C.: Methods of Structural Safety. Prentice-Hall 1986.
2. Rackwitz R., Fiessler B.: Structural reliability under combined load sequences. Computers & Structures, vol. 9, 1978, pp. 489–494.
3. Haug E.J., Choi K. K., Komkov V.: Design Sensitivity Analysis of Structural Systems. Academic Press, New York 1986.



Rys. 6. Kształt konstrukcji: a) faza wzrostu ciśnienia wewnętrznego, b) pole wrażliwości przemieszczeń; parametr projektowy – odległość warstwy wykładziny ochronnej (liner) od powierzchni środkowej we wszystkich elementach

4. Kleiber M., Antunez H., Hien T. D., Kowalczyk P.: Parameter Sensitivity in Nonlinear Mechanics. Wiley & Sons 1997.
 5. Lin C.S., Scordelis A. C.: Nonlinear analysis of reinforced concrete shells of general form. J. Struc. Div., ASCE, vol. 101, 1975, pp. 523–538.
 6. Chan E.Y.: Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced concrete shells with edge beams. Technical report, University of California, Berkeley 1982.
 7. Saenz L.P.: Discussion of 'Equation for the stress strain curve of concrete' by Desayi P, ACI Journal vol. 61, No. 9, 1964.
 8. Kupfer H.B., Gerstle K.H.: Behaviour of concrete under biaxial stresses. J. Eng. Mech. Div., ASCE, EM4, 1979.
 9. McNeice A.M.: Elastic-plastic bending of plates and slabs by the finite element method. PhD Thesis, London University 1967.
 10. Ahmad S., Irons B.M., Zienkiewicz O.C.: Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements. Int. J. Num. Meth. Eng., vol. 2, 1970, pp. 419–451.
 11. Postek E., Siemaszko A., Kleiber M.: Reliability study of a containment shell. J. Theoretical and Appl. Mechanics, vol. 1, No. 40, 2002, pp. 179–203.
 12. Barbat A. H., Cervera M., Cirauqui C., Hanganu A., Oñate E.: Evaluación de la presión de fallo del edificio de contención de una central tipo PWR-W tres lazos. Parte II: Simulación numérica. Revista Internacional de Met. Num. para Cálculo y Diseño en Ingeniería, vol. 11, No. 3, 1995, pp. 451–475.
 13. Postek E., Hanganu A., Oñate E., Barbat A. H.: Failure analysis of nuclear reactor containment shells. 30th Polish Conference on Solid Mechanics. Conference Abstracts, Zakopane, September 1994.
 14. Postek E.: Numeryczna analiza wrażliwości na parametry projektowe dużych nieliniowych układów konstrukcyjnych. Praca doktorska (pod kierunkiem M. Kleibera), IPPT PAN, Warszawa 1996.
 15. Postek E., Kleiber M.: Analiza wrażliwości powłokowych konstrukcji żelbetowych na parametry projektowe. Księga Jubileuszowa Profesora Zbigniewa Kączkowskiego, Politechnika Warszawska, Warszawa 1996, str. 345–358.
 16. COMREL-TI: Users Manual. Reliability Consulting Programs GmbH, Barer Str. 48, Munich GE. 1992.
-