

## RECENZJA

rozprawy doktorskiej mgra Jakuba Lengiewicza pt.  
*„Analiza wrażliwości dla zagadnień kontaktowych z tarciami”*

Tematem recenzowanej rozprawy jest sformułowanie matematyczne i implementacja numeryczna analizy wrażliwości parametrycznej w obliczeniowych zagadnieniach mechaniki ciał odkształcalnych z kontaktowymi warunkami brzegowymi. Jest to bardzo ważny problem z punktu widzenia praktycznych zastosowań. Analiza wrażliwości jest cennym narzędziem w zastosowaniach m. in. do optymalizacji konstrukcji, rozwiązywania problemów identyfikacji, czy studiów parametrycznych. Tymczasem wyprowadzenie równań analizy wrażliwości dla tak złożonego nieliniowego zagadnienia jak kontakt jest trudnym i ambitnym zadaniem badawczym. Dlatego podjęcie tego zadania przez Doktoranta uważam za słuszne i celowe.

Praca składa się z ośmiu rozdziałów. We wstępnym rozdziale 1 Autor przedstawia motywację podjęcia tematu wraz z licznymi odwołaniami do literatury przedmiotu, oraz cel i zakres pracy. W rozdziale 2 przypomniane są podstawowe równania mechaniki ciał odkształcalnych z kontaktowymi warunkami brzegowymi z tarciami Coulomba, uwzględniające nieliniowość natury geometrycznej. Równania te przedstawione są w postaci różniczkowej, a także, po zastosowaniu regularyzacji warunków kontaktowych metodą rozszerzonych mnożników Lagrange'a, w postaci równań wariacyjnych, bardziej przydatnych do zastosowań obliczeniowych.

Rozdział 3 zawiera sformułowanie analizowanego zagadnienia w postaci dyskretnej, z zastosowaniem formalizmu metody elementów skończonych. Szczególną uwagę Autor poświęca kwestii dyskretyzacji powierzchni kontaktowych i jej konsekwencji dla istnienia i zbieżności rozwiązania. Przedstawia metody numerycznego wygładzania powierzchni, w tym własną oryginalną metodę parametryzacji płacami Béziera w oparciu o układ 9 sąsiadujących węzłów.

Główną część pracy, stanowiącą oryginalne osiągnięcie Autora, stanowią Rozdziały 4–6. W rozdziale 4 Autor formułuje zagadnienie analizy wrażliwości parametrycznej dla klasy problemów omówionej w poprzednich rozdziałach. Przedstawia wady i zalety podejścia perturbacyjnego i analitycznego oraz wyprowadza równania i algorytmy numeryczne służące do zastosowania tego ostatniego. Wykorzystuje tu formalizm metody bezpośredniego różniczkowania (DDM), właściwej dla zagadnień zależnych od ścieżki całkowania po czasie.

Rozdziały 5 i 6 poświęcone są implementacji numerycznej przedstawionych przez Autora sformułowań matematycznych. W rozdziale 5 przedstawia on szczegóły przebudowy i wzbogacenia środowiska programowania AceFEM, służącego do numerycznej analizy zagadnień mechaniki metodą elementów skończonych przy pomocy procedur numerycznych zapisanych w sposób symboliczny, o składniki niezbędne do analizy kontaktu i wrażliwości. W rozdziale 6 przedstawione zostały szczegółowe algorytmy działania elementów kontaktowych, w szczególności dla procedur wykrywania kontaktu, budowy macierzy sztywności oraz wektorów prawych stron dla zagadnienia podstawowego i wrażliwości.

