Prof. dr hab. Zbigniew Peradzyński
Instytut Matematyki stosowanej I Mechaniki
Uniwersytet Warszawski, i
Instytut Podstawowych Problemów Techniki
Polskiej Akademii Nauk

Warszawa 14.10.2005

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Agnieszki Martens
pt.

„Hamiltonowskie i Kwantowe Układy z Symetriami i Więzami. Modele Nieliniowe i ich Zastosowania Fizyczne"

Praca doktorska mgr Martens o objętości około 90 stron, składająca się z czterech rozdziałów poświecona jest problemom zupełnie całkowalnych układów mechanicznych zarówno w wersji klasycznej jak i kwantowej, dla których przestrzenią konfiguracyjna jest grupa Liego. Dobrym przykładem takiego układu jest bąk sztywny. W tym przypadku przestrzenią konfiguracyjną jest grupa obrotów SO(3). W przypadkach rozpatrywanych w omawianej pracy jest to najczęściej grupa przekształceń afinicznych bądź ogólniej grupa przekształceń liniowych. Poza niewątpliwą z matematycznego punktu widzenia elegancją takiego sformułowania, dodatkową i ważną motywacją do podjęcia tego typu badań stanowi fakt, że uzyskane rezultaty stanowić mogą skończenie wymiarowe przybliżenia dynamiki ciał o dużej (nieskończonej) liczbie stopni swobody opisywanych przez ośrodek ciągły. A to, że przestrzeń konfiguracyjna jest odpowiednio dobraną grupą Liego pozwala uniknąć powszechnie czynionego założenia małych odkształceń.
Warto tu może zauważyć za Arnoldem, że idealna nieściśliwa hydrodynamika może być rozważana jako nieskończenie wymiarowy bąk na grupie diffeomorfizmów zachowujących objętość. Co więcej Arnold postuluje by takie nieskończenie wymiarowe układy dynamiczne, których przestrzenią konfiguracyjną jest grupa przybliżać przez układy skończenie wymiarowe także zdefiniowane na rozmaitościach grupowych. Tak, więc praca p. Martens wychodzi naprzeciw tym postulatom.

Omówienie pracy

W rozdziale pierwszym autorka wprowadza i omawia podstawowe pojęcia, formułuje model ciała afinicznie sztywnego. Jest to, więc układ mechaniczny, którego przestrzeń konfiguracyjna jest afiniczną lub liniową grupą przekształceń. Zostały tam również zebrane niezbędne narzędzia matematyczne używane dalej w pracy dotyczące mechaniki hamiltonowskiej. Przedstawiono metodę obliczania zmiennych działania opartą na całkowaniu konturowym w płaszczyźnie zespolonej oraz omówione zostały podstawy kwantyzacji Bohra-Sommerfelda oraz główne idee kwantyzacji Schrödingerowskiej na rozmaitościach Riemanna. . Ścisłe sformułowanie kwantowej wersji zagadnienia, oparte na podejściu Schroedingerowskim bazuje na przestrzeni Hilberta funkcji całkowalnych z kwadratem względem miary indukowanej