# 基于形函数方法快速识别结构动态荷载的试验验证

张青霞<sup>1,3,4</sup>,段忠东<sup>2,3</sup>,Lukasz Jankowski<sup>4</sup>,王 丰<sup>1</sup>

(1.大连民族学院 土木建筑工程学院,大连 116600;2.哈尔滨工业大学 深圳研究生院,深圳 518055;3.哈尔滨工业大学 土木工程学院,哈尔滨 150090;

4. Smart-Tech Centre, Institute of Fundamental Technological Research, Polish Academy of Sciences, 02 - 106, Warsaw, Poland)

**摘** 要: 在动态荷载识别中常常由于矩阵的病态性影响识别的精度,利用有限元理论中的形函数逼近荷载曲线, 将识别离散的荷载历程转化为计算有限的形函数权重,从而显著改善反卷积法识别荷载中存在的采样时间长或采样频率 高时数值求解困难的问题;并能改善反问题的病态性,提高对噪声的鲁棒性。一个连续梁的数值算例比较验证了该方法 在 5% 的高斯噪声影响下能精确地识别未知荷载。悬臂梁试验中,通过实测的结构动态响应,在移动时间窗内利用荷载 形函数方法可以实现激励的在线识别。

关键词:结构健康监测;荷载识别;在线识别;反卷积法;形函数

中图分类号: 0329 文献标识码: A

#### Experimental validation of a fast dynamic load identification method based on load shape function

ZHANG Qing-xia<sup>1,3,4</sup>, DUAN Zhong-dong<sup>2,3</sup>, Łukasz Jankowski<sup>4</sup>, WANG Feng<sup>1</sup>

(1. College of Civil and Architecture Engineering, Dalian Nationalities University, Dalian 116600, China;

2. Harbin Institute of Technology Shenzhen Graduate School; Shenzhen 518055, China;

3. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China;

4. Smart-Tech Centre, Institute of Fundamental Technological Research, Polish Academy of Sciences, 02-106, Warsaw, Poland)

**Abstract:** A dynamic load identification method was introduced and complemented, in which the force was approximated by using the shape functions in the finite element theory. The computational work was reduced a lot by calculating the weights of shape functions instead of indentifying the discrete load time history and the performance of the deconvolution method in the condition of long sampling time period or high sampling frequency was improved. Moreover, the ill-conditioning of the inverse problem was corrected, and the robustness to noise was strengthened. The numerical example of a continuous beam verifies that the load can be identified precisely by this method under the influence of 5% Gaussian noise pollution in the signals. In a cantilever beam experiment, via the measured structural responses, the method enables the online load identification which is performed repeatedly in a moving time window.

Key words: structural health monitoring; load/force identification; online identification; deconvolution method; shape function

准确的结构动态荷载信息是确定结构动态行为的 关键因素之一,对于结构损伤识别、安全评定等具有重 要的作用。此外,它为灾难性事故的分析评估提供了 科学依据,有益于预防和避免类似事故的重发生。荷

收稿日期: 2010-03-25 修改稿收到日期:2010-09-02 第一作者 张青霞 女,博士,讲师,1981年生

通讯作者 段忠东 男,教授,1968 年生

载识别属于结构动力学中的反问题分析,由结构的动 力响应和其动态特性确定。

目前的荷载识别方法<sup>[1-4]</sup>中,大多数属于频 域<sup>[5,6]</sup>、时域<sup>[7,8]</sup>或小波域<sup>[9]</sup>内分析,基本思想是通过计 算实测的结构响应和提前获取的系统脉冲响应函数的 反卷积计算荷载,也就是所谓的反卷积方法<sup>[2]</sup>。此外, 还有时间有限元法<sup>[10]</sup>,基于鲁棒观测器(robust observer)法<sup>[11]</sup>,逆结构滤波法(ISF)<sup>[12]</sup>等。每种方法具有不 同的优缺点,但均面临反问题分析中常存在的病态性 问题,如解的唯一性、稳定性等。反卷积法以其形式简 单、可灵活采用时域和频域内分析的特点应用较广泛; 但若测量时间长或采样频率高时,则导致脉冲响应函

基金项目:国家自然科学基金项目(50579008);Support of the Foundation for Polish Science through TEAM Programme 'Smart&Safe', co-financed by the EU European Regional Development Fund; Financial support of Structural Funds in the Operational Programme—Innovative Economy (IE OP) financed from the European Regional Development Fund—Projects No POIG.0101.02 - 00 - 013/08 - 00 (MONIT);大连民族学院科研 基金项目(20116207);大连民族学院自主科研基金项目 (DC10040116)

数(传递函数)组成的系数矩阵维数很大,从而使该方 法数值求解困难。

文献[8]提出荷载形函数方法来改善荷载识别反 卷积方法中的不足,利用有限元中的形函数概念逼近 动态荷载曲线,从而把识别未知荷载的时间历程转变 为识别数目有限的荷载形函数的权重或系数,大大降 低了系数矩阵的维数,提高计算效率。另外,荷载形函 数是连续的,在一定程度上能够过滤噪声的影响,提高 逆问题对噪声的鲁棒性。本文对荷载形函数的相关参 数设置进行了理论补充,并通过试验验证了该方法的 有效性。

# 1 反卷积方法

假定所考虑的结构为线弹性而且在荷载作用期内 为小变形即忽略几何非线性,那么结构的响应线性依 赖于外部荷载作用。设结构初始状态为零,根据杜哈 姆积分,结构的响应可由外部荷载通过卷积表示为:

$$y_{\alpha}(t) = \sum_{i=1}^{l} \int_{0}^{t} h_{\alpha i}(t-\tau) f_{i}(\tau) d\tau$$
 (1)

式中: $\alpha$  为测点编号; $f_i$  为作用在结构上的第i 个外部 荷载, $h_{\alpha i}(t)$ 为测点  $\alpha$  和荷载 $f_i$  之间的脉冲响应函数。

实际应用中,结构的响应一般通过测量或数值模 拟得到,从而是离散化的,因此考虑测量时间内所有的 离散的结构测点响应,并按一定顺序排列,式(1)可以 表示为如下的矩阵形式:

$$\boldsymbol{y}^{\mathrm{M}} = \boldsymbol{h}\boldsymbol{f} \tag{2}$$

式中 y<sup>M</sup> 汇集了所有测点在测量时间内的离散响应;f 汇集了所有外部荷载的离散时间历程;矩阵 h 是分块 矩阵,子矩阵是由测点和外部荷载之间的相关脉冲响 应函数构成的 Toeplize 矩阵。

由式(1)、(2)知,通过解实测结构响应和系统脉 冲响应函数计算反卷积可以得到未知荷载,即求解方 程(2)。这是一个线性方程组,为保障所求解的唯一 性,需要独立测点(传感器)的数目至少等于可能的未 知荷载数目。在实际应用中,需要预先知道或假定荷 载可能存在的位置信息以确定传感器的数目和构造对 应的脉冲响应函数。

解式(2)就是解线性方程组 Ax = b 或求解 min  $||Ax = b||_2$ ,往往面临病态问题。实测响应中一个小的 扰动,比如无法避免的测量误差,将会引起很大的荷载 识别误差,即方程的解对扰动非常敏感<sup>[3]</sup>。因此,有必 要对解进行数值正则化,常用的正则化技术有截断奇 异值分解方法(TSVD)或 Tikhonov 方法<sup>[3]</sup>。

另外,式(2)中方程组和未知数的数目与时间步数 成正比,当采样频率高或测量时间较长时,比如离线荷 载识别中,线性方程组可能会很大,导致计算操作难以 实现。利用提出的荷载形函数方法可以改善荷载识别 方法中存在的病态问题,减小计算工作,提高识别 效率。

# 2 荷载形函数方法

# 2.1 基本原理

荷载形函数的基本思想源于有限元中的形函数。 不同的荷载形式决定了不同类型的形函数类型,如荷 载只作用在一点时,其时间历程是一个曲线,可以采用 梁单元的形函数,本质上是采用曲线插值的方法对荷 载曲线进行逼近。如果结构上作用一个线荷载,其时 间历程就是一个曲面,需要选用板的形函数进行曲面 插值。对于面荷载,则需要借用实体单元的形函数进 行插值。因此选择形函数类型时,需要根据经验判断 荷载的类型。

本文假定荷载的时 间历程是一个曲线,如 图 1,可以比拟为一个 "时间梁"的变形,其中 荷载的时间轴比拟为



图 1 荷载的时间历程曲线 Fig. 1 The load time history

"梁"长度方向的位置坐标。只考虑梁的弯曲变形,即 每个结点有竖向和转动两个位移。假如把荷载历程按 时间划分为四段,那么该"时间梁"单元有五个结点,十 个形函数,定义为荷载形函数,如图2,其意义为"时间 梁"某个结点在竖向或转动方向发生单位位移引起的 荷载历程。记荷载形函数矩阵  $N = [N_1 \quad N_2 \quad \cdots \quad N_{n_l}], n_l$ 是形函数的个数。



Fig. 2 Load shape function

根据形函数的意义可知,动态荷载时间历程 f(t) 可由若干个形函数近似表示:

$$f(t) = N(t)\boldsymbol{\alpha} \tag{3}$$

式中: $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_{n_i}]^{\mathsf{T}}, \alpha_i$ 是对应第*i*个形函数 的"时间梁"结点的位移,称为该形函数的系数。

### 2.2 形函数的选取

图 2 给出了形函数的形式,具体表达式参考有限 元中梁单元形函数。在实际应用中,荷载历程一般被 均匀划分为若干段。设相邻每段两个结点的时间长度 定义为形函数的半个周期 *T<sub>f</sub>*/2,则形函数的频率为*f<sub>f</sub>* =  $1/T_{f}$ ,两个结点之间为  $l_{nt} = T_{f}/(2\Delta) = f_{s}/(2f_{f})$ 个时间 步,其中 $f_{s}$ 为采样频率,采样时间间隔为 $\Delta = 1/f_{s}$ 。若分 析的离散荷载时间为t,共含 $n_{t}$ 个时间步,则形函数的 个数 $n_{t}$ :

$$n_{l} = 2(2t/T_{f} + 1) = 2(2tf_{f} + 1) = 2(n_{l}/l_{nt} + 1)$$
(4)

由上可知,形函数内时间步数取决于采样频率f,和 形函数的频率f,而形函数个数取决于形函数的频率f, 和测量时间t。测量时间一定时,形函数个数由形函数 频率决定,形函数的频率选取会影响识别精度。结构 动态荷载往往含有多个频率成分,为能够准确逼近动 态荷载曲线,要求形函数的频率大于荷载所分析的最 高截断频率。形函数的频率小于荷载的截断频率时, 它不能准确地逼近荷载;而形函数的频率较高时,取极 限类似单位脉冲,识别结果对噪声敏感。另外,较高的 形函数频率意味着形函数个数多,这时系数矩阵的维 数大,计算效率低。因此,选取合适的形函数频率是基 于形函数法识别荷载的关键之一。对未知荷载而言, 鉴于线性结构的响应线性依赖于外部荷载,确定其所 需的形函数频率可以通过对结构实测响应的频谱分析 决定。

设 $F(\omega)$ 代表响应的傅里叶变换,定义下式:

$$r(\omega) = \frac{T(\omega)}{T(+\infty)}$$
(5)

式中  $T(\omega) = \int_0^{\infty} ||F(\omega)||^2 d\omega$ ,定义  $r(\omega)$ 为整个响应中 频率小于  $\omega$  的响应的含量。在实际中频率的上限不能 到 +  $\infty$ ,设分析的最大频率为  $\omega_{max}$ ,则上式改写为:

$$r(\omega) = \frac{T(\omega)}{T(\omega_{\max})}$$
(6)

对于一般荷载,可取  $r(\omega_e) = 95\%$  对应的频率  $\omega_e$ 为截断频率,视  $\omega_e$  为荷载可能的最高频率,即把  $\omega_e$  作 为逼近未知荷载所需的形函数的参考频率。实际操作 中根据荷载形式, $r(\omega_e)$ 的取值可适当增减。那么两个 相邻结点含的时间步  $l_{nt} = f_s/2\omega_e$ ,代入式(4)可确定所 需的形函数个数  $n_{lo}$ 

#### 2.3 荷载识别

实际应用中,根据式(3),式(2)中离散的荷载历 程可以表示为:

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{N}_{f} \boldsymbol{\alpha}_{f} \tag{7}$$

式中: $N_f = I_{n_f \times n_f} \otimes N \neq n_f n_l$ 的矩阵,  $N \neq n_l \times n_l$ 维的离散的荷载形函数矩阵。 $\boldsymbol{\alpha}_f = [\boldsymbol{\alpha}_1^T, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{n_f}^T]^T \neq n_f n_l$ 维的列向量, 由各个荷载的形函数的系数组成,  $\boldsymbol{\alpha}_i(j)$ 是荷载 *i* 的第*j* 个形函数的系数。

把式(7)代入式(2)得到:

$$\mathbf{y}^{M} = \mathbf{h} N_{f} \boldsymbol{\alpha}_{f} = \mathbf{B} \boldsymbol{\alpha}_{f} \tag{8}$$

式(8)中的脉冲响应函数矩阵、荷载形函数矩阵均可以 提前构造。形函数的个数 n<sub>l</sub> 一般远小于测量时间步数 n<sub>i</sub>,因此把式(2)直接计算荷载转化为先求解式(8)中 荷载形函数的系数,然后计算荷载,使未知数个数大大 减少,显著提高计算效率。另外,荷载形函数是连续光 滑的,根据式(8)计算荷载在一定程度上能削减噪声的 影响。

利用式(8)计算荷载,其系数矩阵的维数得以减 小,采用截断奇异值分解方法(TSVD)对解进行数值正 则化更简单快捷,即:

$$\boldsymbol{\alpha}_{f} = \sum_{i=1}^{q} \frac{\boldsymbol{u}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y}^{M} \boldsymbol{v}_{i}}{\boldsymbol{\sigma}_{i}}$$
(9)

式中: $u_i$ 是酉矩阵 $U = [u_1, \dots, u_{n_{p_i}}]$ 的第i个列向量, $v_i$ 是酉矩阵 $V = [v_1, \dots, v_{n_{p_i}}]$ 的第i个列向量,酉矩阵U, V由式(8)中系数矩阵B的奇异值分解得到。 $\sigma_i$ 是矩 阵B的第i个正奇异值。q指选用前q个正奇异值求 解。奇异值截断数目可以根据 L – 曲线计算。通过 L – 曲线的拐点来权衡响应残差和荷载光滑度。

根据公式(9),系数矩阵很小的奇异值会放大结构 测量中的响应误差的影响,从而使识别的结果严重偏 离真实值。利用反卷积方法识别荷载时,公式(2)中系 数矩阵由脉冲响应函数组成,而脉冲响应的振动一般 比较剧烈,频率成分含量比较丰富,特别是高频成分, 系数矩阵中小的奇异值可认为是由脉冲响应中的高频 成分导致的,因此在计算反卷积时需要通过截断奇异 值分解等正则化方法去掉较小的奇异值,以改善解的 识别精度。当采用荷载形函数识别荷载时,系数矩阵 由脉冲响应函数组成的矩阵和形函数矩阵相乘得到 (见式(8)),该系数矩阵中的每列元素相当于对应每 个荷载形函数引起的结构响应。因为荷载形函数是连 续光滑的,它引起的结构响应也相对光滑,相对于单位 脉冲引起的结构响应而言,它含有高频成分很少或几 乎没有,使系数矩阵中只存在少数几个或不存在特别 小的奇异值,因此采用荷载形函数识别荷载时,系数矩 阵只截断少数几个奇异值或不需截断奇异值。

另外,已知结构的有限元模型,荷载形函数方法结 合"移动时间窗"<sup>[13]</sup>可以推广到在线识别,也就是式 (8)中的实测响应  $y^{M}$  被替代为  $y^{M} \leftarrow y^{M(n)} - \overline{y}^{(n)}$ ,其中,  $y^{M(n)}$ 是第n 个时间窗的采样数据;假定前面时间窗内 的荷载已被识别,该时间窗内的结构初始状态和非零 初始状态引起的桥体的自由振动  $\overline{y}^{(n)}$ 根据结构模型 易求。

## **3** 数值算例

首先借助一个两跨连续梁模型(图 3)来验证所提 出的荷载识别方法的有效性。

梁每跨 5 m,工字型组合截面 55 mm × 100 mm × 7.2 mm × 4.5 mm。弹性模量 E = 210 GPa,密度  $\rho = 7$  800 kg/m<sup>3</sup>,截面面积为 1 200 mm<sup>2</sup>,受弯惯性距为

1 943 800 mm<sup>4</sup>。有限元梁模型被均匀划分为 20 个单元,在距左端 2.26 m、5.26 m的截面底部分别布一个应变传感器,记为  $S_1, S_2$ 。取前两阶瑞利阻尼比为 0.01。

假定结构承受两个竖向荷载  $f_1, f_2$  (图 4),分别作用 在距梁左端 4.5 m、6.5 m 截面上。结构动力响应计算采 用 Newmark 逐步积分方法, Newmark 参数  $\alpha = 0.25, \beta =$ 0.5。积分步长 0.001 s,即采样频率1 000 Hz。测量时间 为 0.9 s。考虑响应含有 5% 的高斯随机噪声。



Fig. 4 The assumed structural excitation

假定外部荷载未知,采用荷载形函数法进行识别, 并与荷载识别的基本方法一反卷积法(解式(2))进行 比较。鉴于荷载识别等反问题往往是病态的,采用 TS-VD 正则化方法求解。奇异值截断的个数 k 即正则化 程度通过 L - 曲线确定。

考虑 5% 的高斯噪声,反卷积法识别荷载的 L - 曲 线(图 5)的拐点对应 k = 470,也就是小于最大奇异值 0.14% 的奇异值都被截断,识别的相应荷载(见图 6)与 真实值相比有明显振荡,说明直接利用反卷积方法识 别荷载对噪声敏感。

利用形函数进行荷载识别时,荷载形函数通过测 点响应进行傅里叶变换确定。两个测点响应的各频率 含量相似,以测点  $S_1$ 的傅里叶变换为例进行分析,如图 7。选取  $\omega_{max} = 100$  Hz,根据式(6)得到的形函数的频 率  $\omega_e = 14.43$  Hz,见图 8,根据此确定每个荷载需要 62 个形函数。考虑 5%的高斯噪声,得到的 L – 曲线如图 9。该曲线没有典型的 L – 曲线拐点,说明解式(8)条 件数好,k = 1即可得到不错的识别结果,如图 10,与真 实值非常接近。

从上面的分析可知荷载识别的主要计算工作来自 系数矩阵的奇异值分解,对一个 *m*×*n* 维的矩阵(*m*≥ *n*)的计算量为 *O*(mn<sup>2</sup>)阶<sup>[14]</sup>。基本反卷积法的系数维



数矩阵为1802×1802,利用形函数方法后变为1802 ×124,因此这里形函数方法能使计算量降低几乎两个 数量级。基本反卷积方法识别荷载对噪声敏感,需要 通过合适的奇异值截断来进行,而且仍存在明显的识 别误差。形函数方法不但降低计算量,而且能够在一 定程度上过滤噪声的影响,识别结果抗噪能力强。

## 4 试验验证

试验装置如图 11 所示,试件为一个悬臂铝梁,长 136.15 cm,矩形截面 2.7 cm×0.31 cm。固定端夹在 一个稳定框架上。梁的弹性模量为 70 GPa,密度是 2 700 kg/m<sup>3</sup>。采用压电激励器 APA (Amplified Piezo



图 11 试验装置 Fig. 11 Experimental setup

Actuator)对试件施加一个纯弯矩激励,结构动态响应 利用贴在梁上的三个压电应变片(PVDF)测量,记为传 感器 S1~S3。试验中设计了光滑连续荷载、三角形荷 载,见图 12。为保证测得的样本数据含有必需的结构 响应信息,采样频率为2 500 Hz。两种工况对应的测点 传感器的响应见图 12。



图 12 两种工况下的实测结构响应和激励 Fig. 12 Measured responses and excitations

利用移动时间窗进行荷载在线识别,每个窗内采 用形函数方法识别。首先以测点 S1 为代表,对各工况 的前 2 000 个点的实测响应进行傅里叶变化,根据式 (6)计算形函数的参考频率,从而确定每个窗内形函数 的个数。两种工况取 *l<sub>u</sub>*分别为 30、40,定每个窗含的时 间步数分别为 420、400。移动时间窗前后重叠一半。 两种工况的总识别时间步分别为 8 821、8 801。

这里激励器施加的荷载是一个纯弯矩,因此,至少 需要一个传感器才能准确识别荷载。分别利用单个测 点 *S*1,两个测点 *S*1 – *S*2,三个测点 *S*1 – *S*3 进行识别。 为避免赘述,本文仅针对工况 1 给出了由不同测点数 目识别的结果,见图 13。其中当没有截断奇异值时,由 S1 识别的荷载尾部发散,使荷载计算收敛的奇异值截 断数目为4;利用多个测点识别时不需奇异值截断。

由图 13 可以看出,利用单个传感器可以识别荷载,但识别精度稍差。利用两个传感器和三个传感器 识别的结果基本上是一致的,识别精度更高。采用不同传感器识别的荷载误差曲线见图 14,考虑所有测量 时间内的荷载识别相对误差 $\|F_{_{\rm H}\#} - F_{_{\rm S}\#}\|_2 / \|F_{_{\rm S}}\|_2$  分 别为 51. 83%, 32. 46%, 26. 6%。针对工况二只给出了 利用两个测点 S1 – S2 识别的结果,见图 15,未采用奇 异值截断,荷载识别相对误差为 22. 93%。



可以看出,两种工况下利用提出的荷载形函数识 别方法均能较好地识别未知荷载。识别的荷载历程曲 线与实际曲线吻合较好,能够反映实际荷载信息。与 多个传感器相比,利用单个传感器识别荷载,结构的动 态响应信息相对较少,由于噪声和测量误差的影响,识 别精度相对较低。移动时间窗在线识别荷载时,利用 反卷积方法需要每个窗内重新计算L-曲线,确定奇异 值截断数目,这很耗时,难于实现。而荷载形函数在一

**▲**∩∩**▲**∩/

冰雹冲击过程中的力学行为,当冰雹单元达到失效后, 冰雹单元溢出冲击范围,呈现出流体特性。

(2)冰雹冲击后的剩余动能基本维持在初始动能的10%左右,随初始冲击速度的增大而略有增加。

(3)复合材料层合板在冰雹冲击下,首先发生破 坏的是层合板撞击处的上表面,不同速度下的撞击点 接触力和冲击的速度基本成正比。

(4)复合材料层合板在冰雹高速冲击下首先发生的是基体开裂,临界速度为95.4 m/s;当冰雹的速度达到125 m/s时,层合板的上表面纤维开始发生断裂;在整个冰雹冲击过程中层合板没有发生压缩失效。

#### 参考文献

- [1] Souter R K, Emerson J B. Summary of available hail literature and the effect of hail on aircraft in flight [R].
   Washington: NACA technical note 2734; 1952: 1-33.
- [2] Anghileri M, Castelletti L-M L, Invernizzi F, et al. A survey of numerical models for hail impact analysis using explicit finite element codes [J]. International Journal of Impact Engineering 2005; 31: 929 – 944.

[3] Kim H, Kedward K T. Experimental and numerical analysis

#### (上接第102页)

定程度上能够过滤噪声的影响,不需要或只需少数几 个奇异值截断,避免计算L-曲线。这进一步验证在线 荷载识别中形函数方法的重要角色。

### 5 结 论

本文介绍并理论补充了基于形函数的荷载识别方 法,通过数值算例和一个悬臂梁的试验验证了该方法 的有效性,并得到以下主要结论:

(1)针对反卷积方法识别荷载中存在的测量时间 长或采样频率高时数值求解困难的问题,利用有限的 形函数逼近未知荷载,将识别离散的荷载历程转化为 识别有限的荷载形函数系数,提高计算效率。

(2)荷载形函数是连续光滑的,在一定程度上能够过滤噪声的影响,提高逆问题对噪声的鲁棒性。

(3)通过实测结构响应的频谱分析可以确定逼近 未知荷载所需的形函数个数。

(4)形函数与移动时间窗相结合,每个窗内不需 或只需截断少数几个奇异值就可以有效地识别未知荷 载,从而实现荷载的在线识别。

## 参考文献

- [1] 瞿伟廉,王锦文. 振动结构动态荷载识别综述[J]. 华中 科技大学学报(城市科学版), 2004,21(4):94-99.
- [2] Inoue H, Harrigan J J, Reid S R. Review of inverse analysis for indirect measurement of impact force [J]. Applied Mechanics Reviews, 2001, 54(6): 503 - 524.
- [3] Jacquelin E, Bennani A, Hamelin P. Force reconstruction: analysis and regularization of a deconvolution problem [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 265(1):81-107.
- [4] Uhl T. The inverse identification problem and its technical

correlation of hail ice impacting composite structures [R]. AIAA - 99 - 1366, 1999; 1416 - 1426.

- [4] Kim H, Kedward K T. Modeling hail ice impacts and predicting impact damage initiation in composite structures
   [J]. Am Inst Aeronautics Astronautics, 2000, 38(7): 1278-1288.
- [5] Meo M, Morris A J, Vignjevic R, et al. Numerical simulations of low-velocity impact on an aircraft sandwich panel[J]. Composite Structures, 2003, 62: 353-360.
- [6] 吴永东,钟伟芳,邹 静. SMA 杂交复合材料板低速冲击 响应研究[J]. 振动与冲击, 2004, 23(1):70-73.
- [7] Chang H T, Chang F K. A progressive damage model for laminated composite containing stress concentrations [J]. J Compos Master, 1987,21:834-55.
- [8] Choi H Y, Chang F K. A model for predicting damage in graphite/epoxy laminated composites resulting from low velocity point impact [J]. J of Compos Master, 1992, 26(14): 2134-2169.
- [9] Livermore Software Technology Corporation [M]. LS-DYNA Theoretical Manual, 1998.
- [10] Wang F S, Yue Z F. Numerical simulation of damage and failure in aircraft windshield structure against bird strike[J]. Materials and Design 2010, 31:687-695.

application [ J ]. Archive of Applied Mechanics, 2007, 77(5):325-337.

- [5] 智浩,文祥荣,缪龙秀,等.动态载荷的频域识别方法
  [J].北方交通大学学报,2004(4):5-10.
- [6] Inoue H, Ishida H, Kishimoto K. et al. Measurement of impact load by using analysis technique [C]. JSME Int. J. Series 1,1991,34(4):453-458.
- [7] Jankowski Ł. Off-line identification of dynamic loads [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 37(6): 609-623.
- [8] Zhang Q, Jankowski Ł, Duan Z. Identification of coexistent load and damage based on virtual distortion method [C]. In: Proceedings of the 4th European Workshop on Structural Health Monitoring, Cracow, Poland, DEStech, 2008:1121-1128.
- [9] Doyle J F. A wavelet deconvolution method for impact force identification [J]. Experimental mechanics , 1997, 37(4): 403 408.
- [10] 张 方,朱德懋,张福祥.动荷载识别的时间有限元模型理 论及其应用[J].振动与冲击,1998,17(2):1-4.
- [11] Ha Q P, Trinh H. State and input simultaneous estimation for a class of nonlinear systems [J]. Automatica, 2004, 40: 1779-1785.
- [12] Allen M S, Carne T G. Delayed, multi-step inverse structural filter for robust force identification [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008,22:1036-1054.
- [13] Hansen P C. Numerical tools for analysis and solution of Fredholm integral equations of the first kind [J]. Inverse Problems 8,1992:849-872.
- [14] Zhang Q, Jankowski Ł, Duan Z. Identification of coexistent load and damage [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2010, 41(2): 243-253.
- [15] Dahlquist G, Björck Ä. Numerical methods in scientific computing, vol II [M]. 2008, to be published by SIAM, URL http://www.mai.liu.se/~akbjo/NMbook.html.